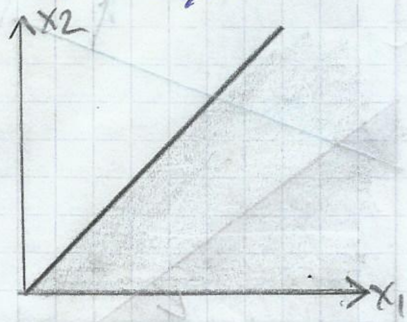
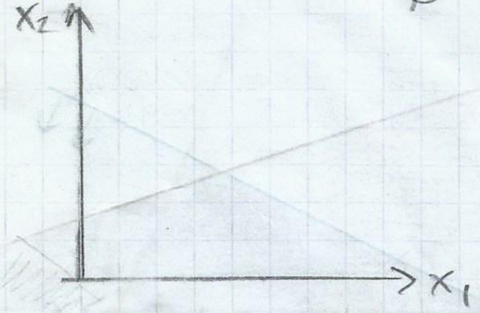
| 10 | Práctica 0 | PO hoja 1 |
|---|---|---|

(I) Resolver, gráficamente, las sig. inecuaciones de primer grado con 2 incógnitas, sombreando el área de solución

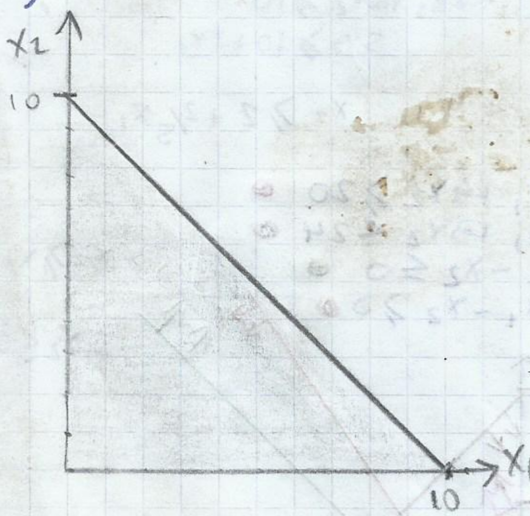
1) $x_1 - x_2 \geq 0$ $\quad x_1 \geq x_2$



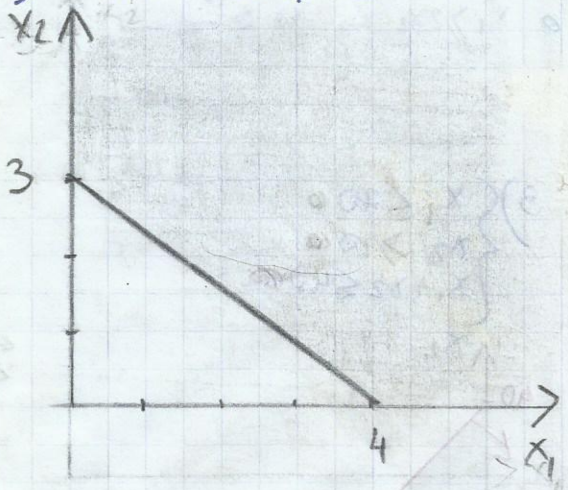
2) $x_1 + x_2 \leq 0$ $\quad \vec{\phi} \quad x_2 \leq -x_1$



3) $x_1 + x_2 \leq 10$



4) $3x_1 + 4x_2 \geq 12$

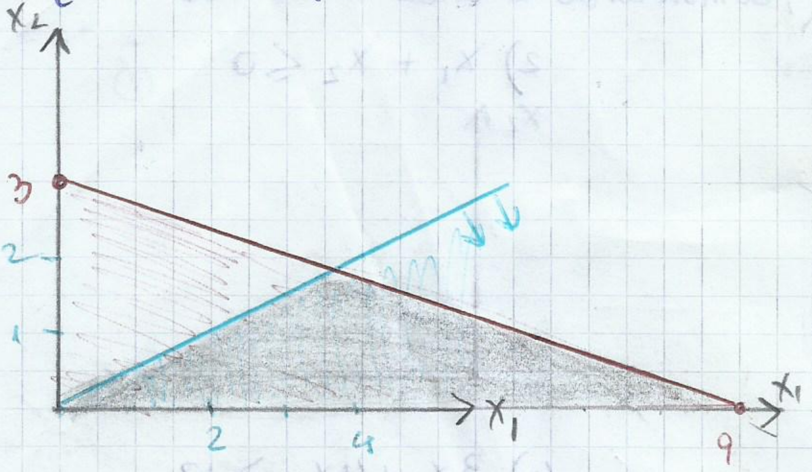


$4x_2 \geq 12 - 3x_1$

$x_2 \geq 3 - \frac{3}{4}x_1$

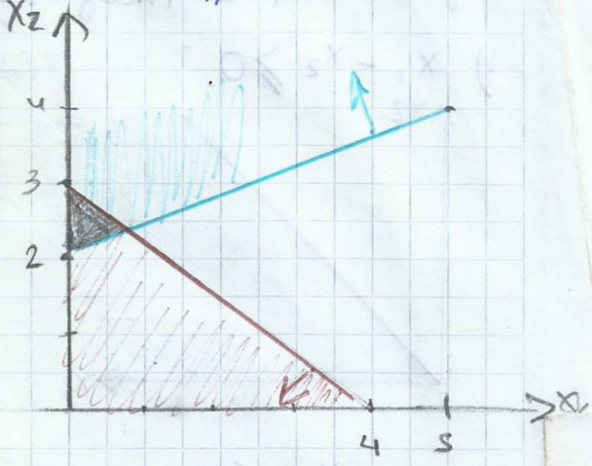
II) Resolver, gráficamente, los sig. sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas, sombreando el área de solución.

1) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1 + 3x_2 \leq 9 \end{cases}$




$x_1 \geq 2x_2 \rightarrow x_2 \leq \frac{x_1}{2}$

2) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ -2x_1 + 5x_2 \geq 10 \end{cases}$




$-2x_1 + 5x_2 \geq 10$

$5x_2 \geq 10 + 2x_1$

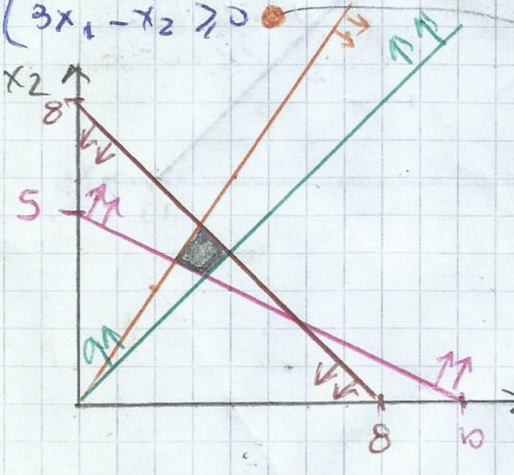
$x_2 \geq 2 + 2/5\, x_1$

3) $\begin{cases} x_1 \leq 70 \\ x_2 \geq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 40 \end{cases}$


4) $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \geq 20 \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$

$\rightarrow x_2 \geq x_1$

$x_2 \leq 3x$



| 10 | Práctica 1<br>Programación lineal - Formulación y Res. gráfica | P 1 — Hoja 1 |
|---|---|---|

**1.1** En un taller metalúrgico se fabrican dos tipos de piezas A y B que deben seguir los sig procesos:

1) Estampado en hojas metálicas

2) Soldado

3) Pintado

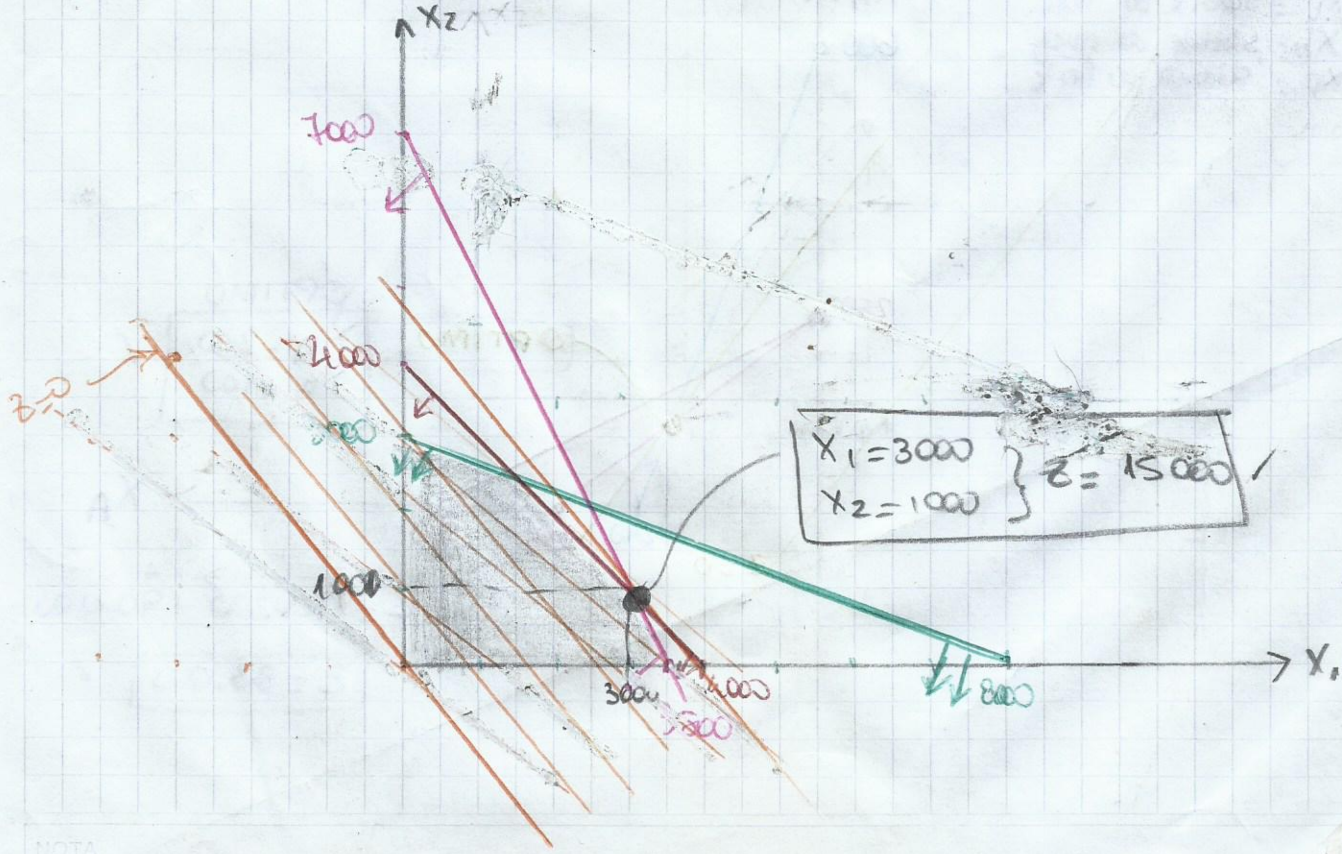
Los insumos de equipos son los sig., para la realización de cada una de las operaciones (expresados en segundos por piezas):

| Operación | Piezas A | Piezas B | tiempo disponible (seg/sem) |
|---|---|---|---|
| Estampado de 9 parte | 6 | 16 | 48.000 |
| Soldado | 12 | 6 | 42.000 |
| Pintado | 9 | 9 | 36.000 |

La utilidad unitaria es de \$4 por la pieza A y \$3 para la B.
Se desea establecer el programa semanal de producción que maximice la utilidad del taller con respecto a las piezas consideradas.

Est. Restr.
$$\begin{cases} 6x_1 + 16x_2 \leq 48000 \\ 12x_1 + 6x_2 \leq 42000 \\ 9x_1 + 9x_2 \leq 36000 \end{cases}$$

Funcional: $z = 4x_1 + 3x_2$




$x_1 = 3000$
$x_2 = 1000$ $\} z = 15000$

1.2 Un fabricante de bombones entrega sus productos en cajas de un kilogramo, en dos variedades: A y B

La caja tipo A contiene: 300 gr. de bombones de licor,
500 gr " " de nuez
200 gr " " de fruta

La caja tipo B contiene: 400 gr de licor
200 gr de nuez
400 gr. de fruta

La utilidad por cada caja de tipo A es de $120 y por cada caja de tipo B es de $90

El fabricante dispone de 100 kg de bombones de licor
120 kg de bombones de nuez
100 kg " " " fruta.

Se pide definir la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar en esta situación, para que su beneficio sea máximo

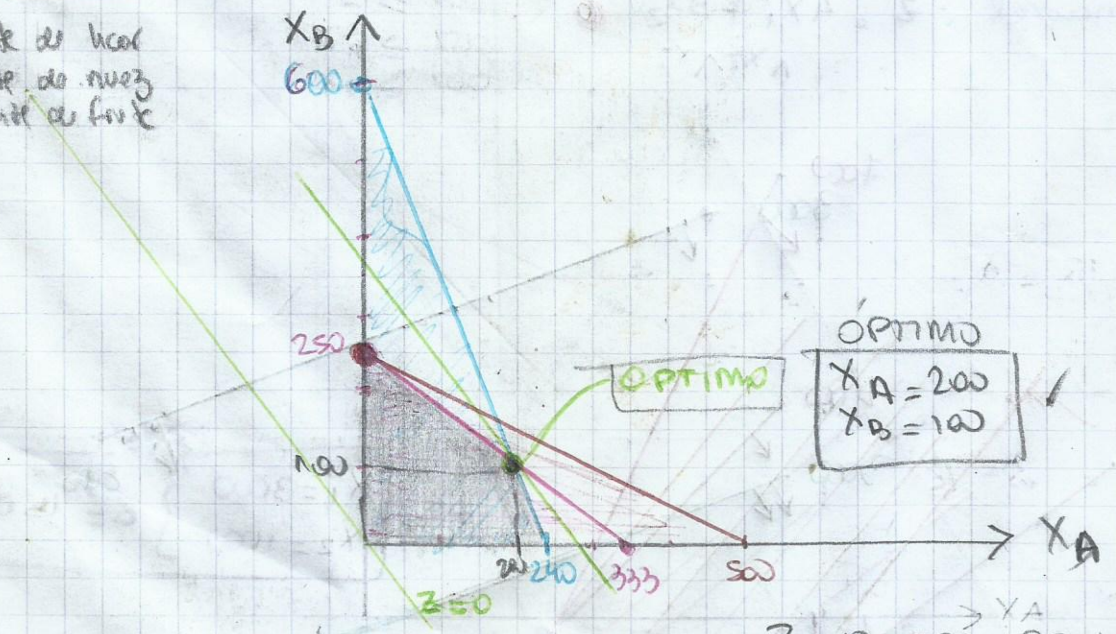
$X_A = 0,3\,X_L + 0,5\,X_N + 0,2\,X_F$

$X_B = 0,4\,X_L + 0,2\,X_N + 0,4\,X_F$

$\boxed{Z = 120X_A + 90X_B}$ maximizar

$$\left.\begin{array}{ll} \text{LICOR} & \boxed{0,3X_A + 0,4X_B \leq 100} \\ \text{NUEZ} & \boxed{0,5X_A + 0,2X_B \leq 120} \\ \text{FRUTA} & \boxed{0,2X_A + 0,4X_B \leq 100} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{0,3X_A + 0,4X_B + X_L = 100} \\ 0,5X_A + 0,2X_B + X_N = 120 \\ 0,2X_A + 0,4X_B + X_F = 100 \end{cases}$$

$X_L$: sobrante de licor
$X_N$: sobrante de nuez
$X_F$: sobrante de fruta




ÓPTIMO

$X_A = 200$
$X_B = 100$

$Z = 120 \times 200 + 90 \times 100$

$\boxed{Z = 33.000}$

$\boxed{1.3}$ Una empresa produce concreto usando los ingredientes A y B. Cada lote de ingrediente A cuesta \$60 y contiene 4 unidades de arena fina, 3 unidades de arena gruesa y 5 unidades de piedrecillas. Cada lote de ingrediente B cuesta \$100 y contiene 3 unidades de arena fina, 6 de arena gruesa y 2 de piedrecillas.

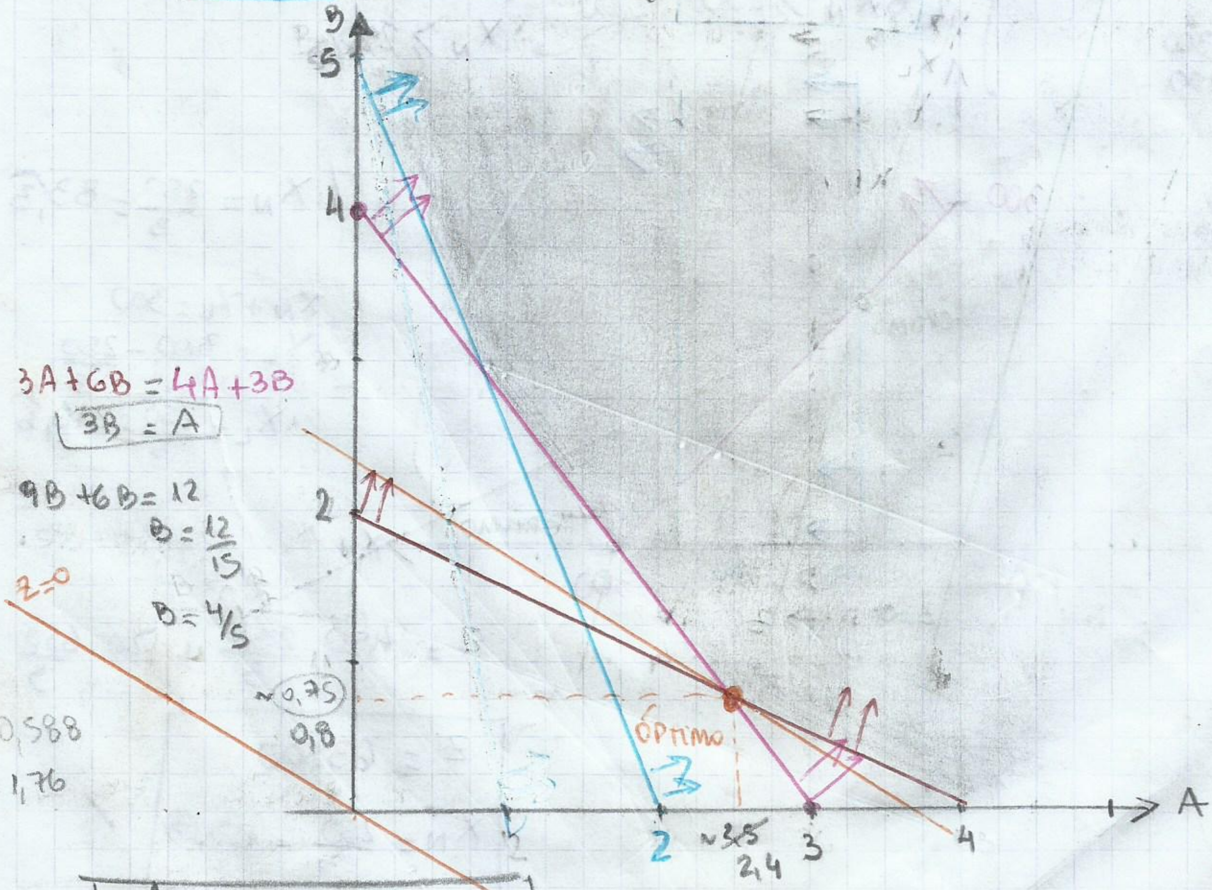
Cada saco de concreto debe contener, por lo menos, 12 unidades de arena gruesa, 12 de arena fina y 10 de piedrecillas.

Formular un modelo de programación lineal que permita minimizar los costos y resolverlo gráficamente

$Z = 60A + 100B$ Minimizar

$A = 4F + 3G + 5P$
$B = 3F + 6G + 2P$

$$\begin{array}{ll} \text{A.FINA} & \boxed{4A + 3B \geq 12} \\ \text{A.GRUESA} & \boxed{3A + 6B \geq 12} \\ \text{PIEDRECILLA} & \boxed{5A + 2B \geq 10} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 4A + 3B - F = 12 \\ 3A + 6B - G = 12 \\ 5A + 2B - P = 10 \end{cases}$$




$3A + 6B = 4A + 3B$
$\boxed{3B = A}$

$9B + 6B = 12$
$B = \frac{12}{15}$
$B = 4/5$

$B = 0{,}588$
$A = 1{,}76$

$$\boxed{\begin{array}{ll} A = 2{,}4 & \\ B = 0{,}8 & Z = 224 \end{array}}$$ ✓

NOTA

1.4 Una empresa ha ganado una licitación para pintar sendas peatonales al cruce de calles.

Las bases exigen que, en cada cruce, la luminosidad tenga, por lo menos 300 lúmenes.

Adicionalmente, la reflexión nocturna debe ser de un mínimo de 250 luxes.

Para preparar la pintura, se dispone de dos concentrados de pintura: L y N.

Cada gramo de concentrado de N entrega un lumen y 3 luxes.

El concentrado de L aporta solo 1 lumen por gramo.

El kilogramo de N cuesta \$450 y el de L \$120.

¿Formular un modelo de PL que permita determinar la mezcla M y N que minimice los costos y resolverlo gráficamente?

$\boxed{Z = 450 X_N + 120 X_L \quad \text{Minimizar}}$ $150 X_N + 40 X_L$

$X_N = 1 L_m + 3 L_x$

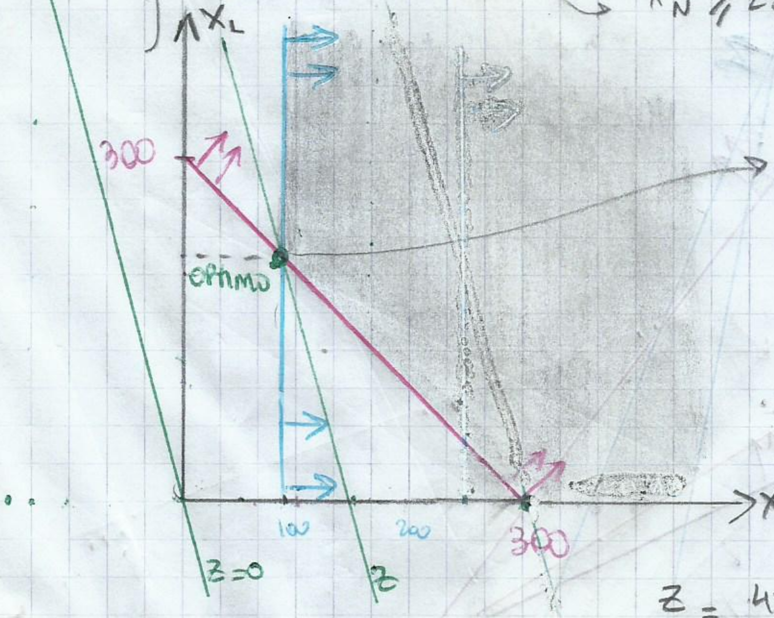
$X_L = 1 L_m$

$L_m \geq 300$

$L_x \geq 250$

$\begin{cases} 1X_N + 1X_L \geq 300 \\ 3X_N \geq 250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_N + X_L - L_m = 300 \\ 3X_N \quad - L_x = 250 \end{cases}$

$X_N \geq 250/3$




$X_N = \frac{250}{3} = 83,\overline{3}$

$X_N + X_L = 300$

$X_L = 300 - \frac{250}{3}$

$X_L = \frac{650}{3} = 216,\overline{6}$

$Z = 450 \cdot \frac{250}{3} + 120 \cdot \frac{650}{3}$

$Z = 63500$

$X_N = \frac{250}{3} = 83,\overline{3}$

$X_L = \frac{650}{3} = 216,\overline{6}$

✓

| Práctica 1 | Programación Lineal<br>Formulación y Resolución gráfica | P1 | H 3 |
|---|---|---|---|

**1.5** Se desea definir las cantidades a fabricar de dos productos A y B cuyo procedimiento se realiza en dos centros de máquinas.

Se conocen los datos referentes a los tiempos de procesos y disponibilidades en cada uno de los centros.

Se sabe, además, que debe cumplirse con un pedido mínimo de 50 und. de A. Al mismo tiempo, la producción de B debe ser, por lo menos, cuatro veces superior a la producción de A.

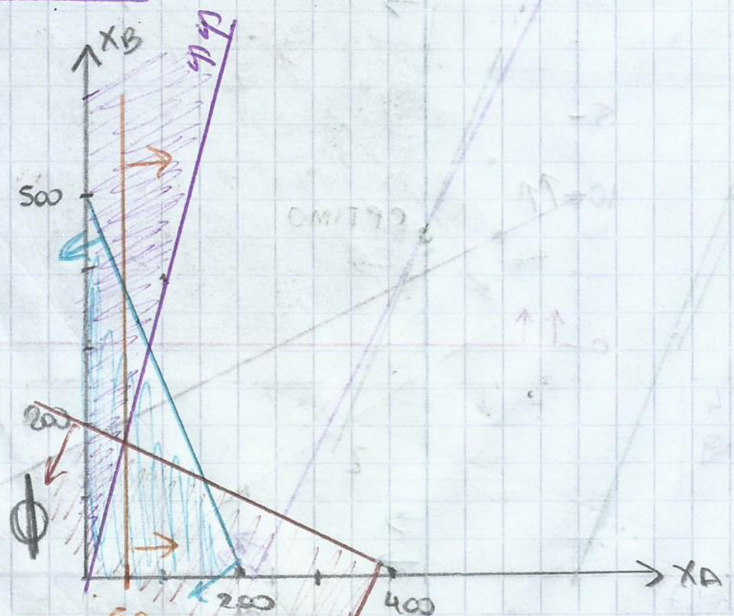
Se conocen los márgenes brutos de beneficio de cada producto y se desea optimizar el beneficio social.

| | | A | B | Disponibilidad hs/mes |
|---|---|---|---|---|
| tiempos unitarios (hs/u). | Máquina 1 | 1 | 0,4 | 200 |
| | Máquina 2 | 0,5 | 1 | 200 |
| Margen bruto unitario ($/u) | | 12 | 8 | |

Plantear y resolver el problema a fin de optimizar el margen total

$X_A \geq 50$ $\boxed{X_B \geq 4X_A}$ $Z = 12X_A + 8X_B$ Max

$$\begin{cases} X_A + 0{,}4X_B \leq 200 \\ 0{,}5X_A + X_B \leq 200 \end{cases}$$




∄ solución

**1.6.** Es necesario alimentar, racionalmente, un rebaño de cabezas de ganado. La alimentación debe contener, imprescindiblemente, cuatro componentes nutritivos: A, B, C y D

Se encuentran disponibles, en el comercio, dos alimentos: M y N, cuyas propiedades son las sig:

- Un kg. de alimento M contiene 100 gr. de A, 100 gr de C y 200 g de D
- Un kg. de " N " 100 gr. de B, 200 gr de C y 100 gr. de D

Cada animal debe consumir, por día, como mínimo, 400 gr de A, 600 gr de B, 2000 gr. de C y 1700 gr. de D

El alimento M cuesta \$10 el kg y N \$4 el kg

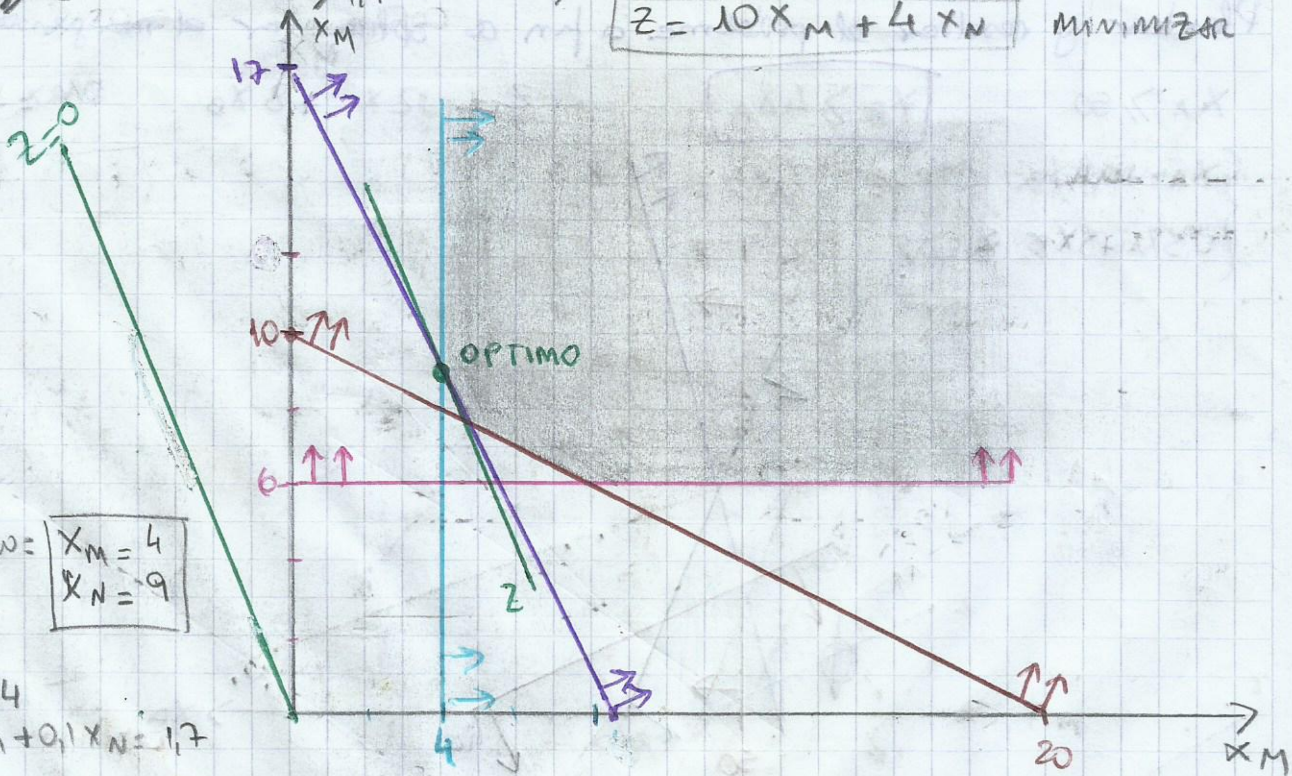
¿Qué cantidad de alimentos M y N debe suministrarse a cada animal diariamente para que la ración sea la más económica?

$$X_M = 0{,}1A + 0B + 0{,}1C + 0{,}2D$$
$$X_N = 0A + 0{,}1B + 0{,}2C + 0{,}1D$$

$A \geq 0{,}4$ $B \geq 0{,}6$
$C \geq 2$ $D \geq 1{,}7$

$$\begin{cases} 0{,}1\,X_M \geq 0{,}4 & X_M \geq 4 \\ 0{,}1\,X_N \geq 0{,}6 & X_N \geq 6 \\ 0{,}1X_M + 0{,}2X_N \geq 2 \\ 0{,}2X_M + 0{,}1X_N \geq 1{,}7 \end{cases}$$

$$\boxed{Z = 10X_M + 4X_N}$$ MINIMIZAR




OPTIMO: $\boxed{\begin{matrix} X_M = 4 \\ X_N = 9 \end{matrix}}$

$$\begin{cases} X_M = 4 \\ 0{,}2X_M + 0{,}1X_N = 1{,}7 \end{cases}$$

$0{,}2 \times 4 + 0{,}1X_N = 1{,}7 \rightarrow X_N = 9$ ✓

$$Z = 10 \times 4 + 4 \times 9$$

$$\boxed{Z = 76}$$

| Práctica 1 | Programación Lineal<br>Formulación y resolución gráfica | PL | H4 |
|---|---|---|---|

**1.7.** Una empresa automotriz está equipada para producir automóviles y camiones.

Su planta fabril está organizada en 4 deptos.: Estampado, Montaje de motores, Línea de Montaje de automóviles y Línea de montaje de camiones.

La capacidad de producción de cada depto está limitada de la sig. forma:

- Estampado: 25000 automóviles o 35000 camiones por año
- Montaje de motores: 33.333 autos o 16667 camiones por año
- Línea de montaje de autos: 22.500 por año
- " " " de camiones: 15000 por año

Por otra parte, se desea producir, como mínimo, 12000 autos y 8000 camiones por año, estimándose en 18000 unidades la cantidad demandada máxima anual de autos

- El margen de beneficio es de \$15000 por auto y \$12.500 por camión

Se desea conocer el plan de producción que haga máximo el margen total de beneficios

1 AÑO

$E \leq 25000\,A$ o $E \leq 35000\,C$

$MM \leq 33333\,A$ o $MM \leq 16667\,C$

$MA \leq 22500\,A$, $MC \leq 15000\,C$

$\boxed{Z = 15000\,x_A + 12.500\,x_C \quad MAX}$

$\boxed{12000 \leq x_A \leq 18000}$ ✓

$\boxed{x_C \geq 8000}$ ✓

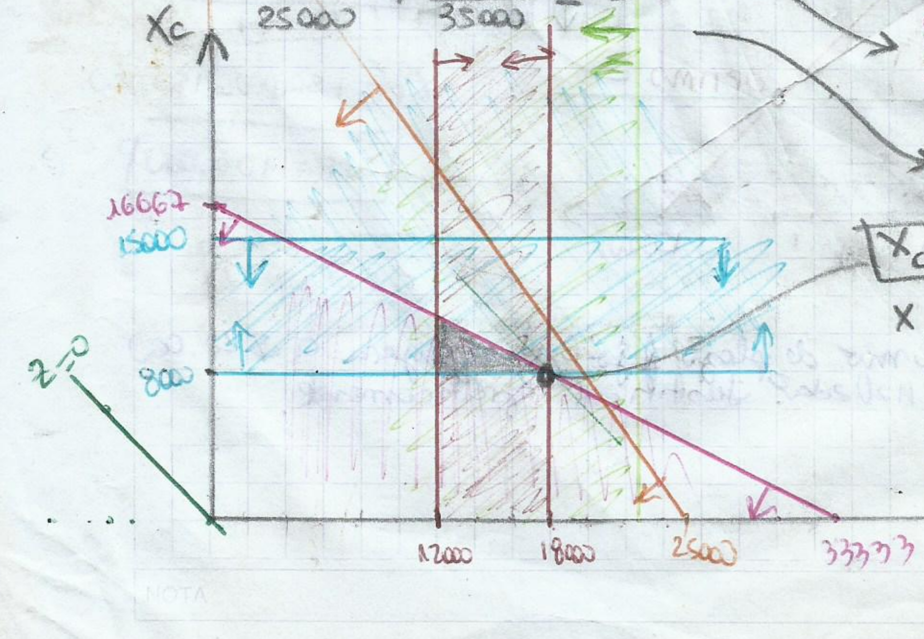
1 año

$$\frac{x_A}{33333} + \frac{x_C}{16667} \leq 1 \rightarrow \boxed{x_A + 2x_C \leq 33333}$$

$$\frac{x_A}{25000} + \frac{x_C}{35000} \leq 1 \rightarrow \boxed{7x_A + 5x_C \leq 175000}$$

$$\frac{x_A}{22500} \leq 1 \rightarrow \boxed{x_A \leq 22500}$$

$$\frac{x_C}{15000} \leq 1 \rightarrow \boxed{x_C \leq 15000}$$




$\boxed{x_C = 8000}$

$x_A + 2\underbrace{x_C}_{8000} = 33333 \rightarrow \boxed{x_A = 17333}$

$\boxed{Z = 359.995.000}$

1.8 Un inversionista dispone de un máximo de \$150.000 para invertir el próximo año. Le sugieren dos tipo de inversiones: plazo fijo y bonos.

El plazo fijo tiene un rendimiento anual del 10% y los bonos del 15%

La cantidad mínima a invertir en plazo fijo es de \$30.000 y la cant máxima a invertir en bonos es de \$90000.

Además la inversión en plazo fijo no debe ser superior al doble de la inversión en bonos.

Se pide:

a) Definir variables y tipo de las mismas

$X_{PF}$ = cantidad de dinero a invertir en Plazo Fijo

$X_B$ : " " " " " en Bonos

Z : función a maximizar

b) Armar un modelo de Programación Lineal que permita determinar la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual.

$\boxed{Z = 0{,}1\,X_{PF} + 0{,}15\,X_B}$ $\boxed{MAX}$ $X_{PF} \leq 2X_B$

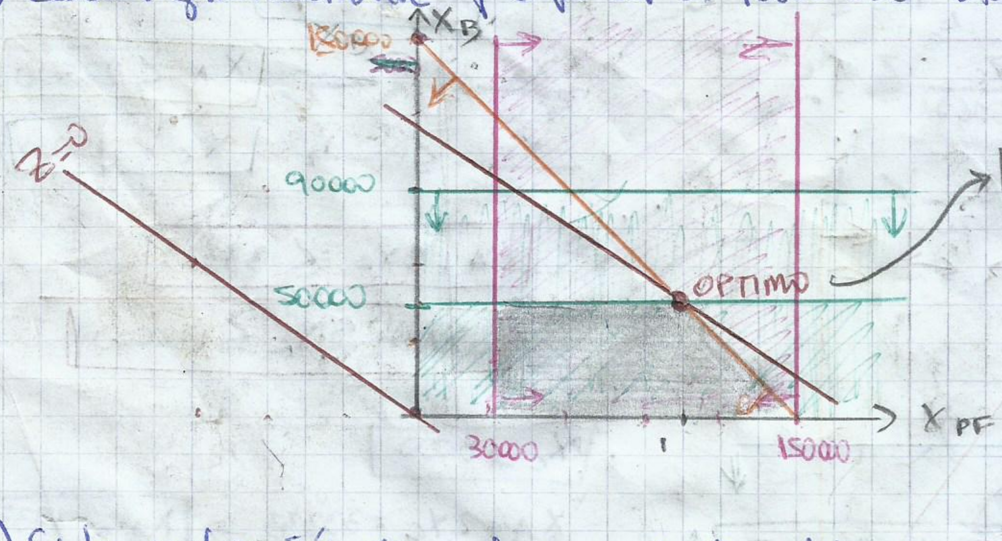
$\boxed{30.000 \leq X_{PF} \leq 150.000}$

$X_B \leq 90.000$

$\boxed{X_{PF} + X_B \leq 150.000} \rightarrow 2X_B + X_B \leq 150.000$

$3X_B \leq 150\,000 \rightarrow \boxed{X_B \leq 50\,000}$

c) Resolver gráficamente y expresar el resultado obtenido




$\boxed{X_B = 50.000}$

$X_{PF} + 50.000 = 150.000$

$\boxed{X_{PF} = 100.000}$

$\boxed{Z = 20.000}$

d) Si la restricción de mínimo de plazo fijo se redujera a \$20.000 cambia la solución óptima hallada? Justificar gráficamente

No habría diferencia

NOTA

# U2 | Programación Lineal

**2.1** Un fraccionador de whisky importa el licor en tres distintas graduaciones: A, B y C.
Mediante la MEZCLA de estos licores, de acuerdo a sus fórmulas, se obtienen los whiskies de calidad comercializados: Escocés, Kilt y Tartán.

Las citadas fórmulas especifican las sig. relaciones entre los elementos a mezclar:

| MARCA | ESPECIFICACIONES | Precio de venta $/litro |
|---|---|---|
| Escocés | No menos del 60% de A<br>No más del 20% de C | 6,80 |
| Kilt | No menos del 15% de A<br>No más del 60% de C | 5,70 |
| Tartán | No más del 50% de C | 4,50 |

Se conocen asimismo, las disponibilidades y precios de los licores A, B y C, que se indican en el sig. cuadro

| Tipo | Litros disponibles | Costos $/litro |
|---|---|---|
| A | 2000 | 7,00 |
| B | 2500 | 5,00 |
| C | 1.200 | 4,00 |

Se desea definir la composición de cada marca para maximizar el beneficio total

E) $-X_E + X_{AE} + X_{BE} + X_{CE} = 0$
K) $-X_K + X_{AK} + X_{BK} + X_{CK} = 0$
T) $-X_T + X_{AT} + X_{BT} + X_{CT} = 0$

A) $-X_A + X_{AE} + X_{AK} + X_{AT} = 0$
B) $-X_B + X_{BE} + X_{BK} + X_{BT} = 0$
C) $-X_C + X_{CE} + X_{CK} + X_{CT} = 0$

$X_A \leq 2000$
$X_B \leq 2500$
$X_C \leq 1200$

$X_{AE} - 0{,}6 X_E \geq 0$ || $X_{AK} - 0{,}15 X_K \geq 0$
$X_{CE} - 0{,}2 X_E \leq 0$ || $X_{CK} - 0{,}6 X_K \leq 0$
$X_{CT} - 0{,}5 X_T \leq 0$

$Z = 6{,}8 X_E + 5{,}7 X_K + 4{,}5 X_T - 7 X_A - 5 X_B - 4 X_C$ (MAX)

$X_E = 2544{,}44$
$X_K = 3155{,}55$
$X_T = 0$

$X_A = 2000$
$X_B = 2500$
$X_C = 1200$

LINDO

2.2 Existen siete tipo de píldoras vitamínicas que contienen, cada uno de ellos, una cierta proporción de vitaminas de tres tipos diferentes.
La sig. tabla da los valores de unidades de cada vitamina por píldora.

| Píldora / Vitamina | P1 (A) | P2 (B) | P3 (C) | P4 (D) | P5 (E) | P6 (F) | P7 (G) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_1$ (1) | 5 | 0 | 2 | 0 | 3 | 1 | 2 |
| $V_2$ (2) | 3 | 1 | 5 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| $V_3$ (3) | 1 | 0 | 3 | 1 | 2 | 0 | 6 |
| Costo ($/u) | 4 | 1 | 5 | 0,6 | 3,5 | 0,7 | 4 |

Se desea hallar una combinación de píldoras que proporcione exactamente 100 unidades de $V_1$, 80 unidades de $V_2$ y entre 120 y 160 unidades de $V_3$

¿Cuál es la combinación que cumple estas restricciones en la forma más económica?

MIN : $Z = 4X_A + X_B + 5X_C + 0{,}6X_D + 3{,}5X_E + 0{,}7X_F + 4X_G$

$V_1)\ -X_1 + 5X_A + 2X_C + 3X_E + X_F + 2X_G = 0$

$V_2)\ -X_2 + 3X_A + X_B + 5X_C + 2X_E + X_G = 0$

$V_3)\ -X_3 + X_A + 3X_C + X_D + 2X_E + 6X_G = 0$

$X_1 = 100$
$X_2 = 80$
$120 \leq X_3 \leq 160 \longrightarrow X_3 > 120$
$X_3 < 160$

Respuestas:

$P_1 = 11{,}56$ ¿Qué pasa con los decimales?
$P_2 = 0$
$P_3 = 6{,}06$
$P_4 = 0$
$P_5 = 0$
$P_6 = 0$
$P_7 = 15{,}05$

NOTA

| U2 | Programación Lineal<br>Formulaciones complejas |
|---|---|

**2.3** Un taller de tejido de pulóveres elabora varios modelos los que se pueden agrupar desde el punto de vista técnico/económico en tres tipos de prendas diferentes: A, B y C

El taller posee 2 máquinas: I y II

Los pulóveres A solo se pueden fabricar en la máq I, los C en la II y los B en la I o en la II.

Las dos máq. trabajan 2 turnos de 8 horas de lunes a viernes.

La materia prima utilizada es lana de dos calidades distintas:

M se usa para los A y C
N se usa para los B.

De la lana M es posible conseguir hasta 20 kg por semana y de la N hasta 36 kg por semana.

Existe un compromiso con un importante distribuidor de entregar 10 pulóveres de tipo B por semana

El objetivo del problema es maximizar los beneficios

No es necesario que las prendas que comienzan se terminen en la misma semana (pueden quedar pulóveres a medio hacer)

Los standards de producción, de mat. prima y beneficio se dan s/sig cuadro:

| | Standard Producción I | Standard Producción II | Standard Mat Prima M | Standard Mat Prima N | Beneficio unitario ($/pul) |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 5 | - | 1,6 | - | 50 |
| B | 6 | 4 | - | 1,8 | 70 |
| C | - | 4 | 1,2 | - | 80 |
| Disponibilidad semanal | 80h | 80h | 20kg | 36kg | |

Máq I) $5X_A + 6X_{BI} \leq 80$
Máq II) $4X_{BII} + 4X_C \leq 80$

TOTB) $-X_B + X_{BI} + X_{BII} = 0$

M) $1{,}6X_A + 1{,}2X_C \leq 20$
N) $1{,}8X_B \leq 36$

DEM B) $X_B \geq 10$

$Z = 50X_A + 70X_B + 80X_C$ (MAX)

LINDO:

$X_A = 0$
$X_B = 16{,}\hat{6}$ $\rightarrow X_{BI} = 13{,}\hat{3}$, $X_{BII} = 3{,}3\hat{3}$
$X_C = 16{,}\hat{6}$

$Z = 2500$

2.4 Una empresa fabrica tres tipos de neumáticos A, B y C.

- El A se puede elaborar indistintamente en las máq 1, 2 y 3 (único proceso)
- El B, en cambio, requiere un proceso en la máq 1 para luego pasar a un segundo proceso en la máq 2 y, posterior, a un tercer proceso en máq 3
- El C requiere un primer proceso que se puede hacer en máq 2 o 3 para luego tener un segundo proceso en la máq 1.

En la tabla se dan los valores de hs máq/neumático para c/u de los casos señalados y las disponibilidades de hs máq/mes.

Se dan los precios unitarios de venta y de costos.

Por último, en función de los pronósticos de demanda, se desea que la cantidad de neumáticos tipo B sea, al menos, un 30% del total.

Formular un modelo de programación lineal que permita determinar la cantidad de cada tipo de neumático a producir de modo de maximizar los beneficios de la empresa.

$X_B \geq 0{,}3 X_T$

| Máquina | A | B | C | Disponibilidad hs máq (mes) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 4 | 300 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 400 |
| 3 | 4 | 1 | 3 | 200 |
| Precio de venta ($/u) | 100 | 120 | 150 | |
| Costo ($/u) | 60 | 70 | 80 | |
| | 40 | 50 | 70 | |

TOT A) $-X_A + X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} = 0$

M1) $2X_{A1} + X_B + 4X_C \leq 300$

M2) $3X_{A2} + 2X_B + X_{C2} \leq 400$

M3) $4X_{A3} + X_B + 3X_{C3} \leq 200$

TOT C) $-X_C + X_{C2} + X_{C3} = 0$

DEM B) $X_B - 0{,}3X_T \geq 0$

TOTAL) $-X_T + X_A + X_B + X_C = 0$

$Z = 40X_A + 50X_B + 70X_C$ (MAX).

x LINDO: $Z = 25.500$

$X_A = 150$

$X_B = 140{,}625$

$X_C$ 178,125

| U2 | Programación Lineal |
|---|---|

2.5 Cuatro fábricas envían sus productos a igual número de almacenes. Las capacidades de las fábricas y los costos de producción por unidad de producto en c/u de ellos se indican en la tabla siguiente.

costos de producción

| Fábrica | Capacidad | Costo ($/u) |
|---|---|---|
| 1 | 140 | 60 |
| 2 | 260 | 72 |
| 3 | 360 | 48 |
| 4 | 220 | 60 |

Los costos de transporte de cada fábrica a cada almacén se tienen en la sig. tabla, dados en $/u

costo de transporte

| Fábrica | Almacenes (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 28 | 40 | 36 | 38 |
| 2 | 18 | 28 | 24 | 30 |
| 3 | 42 | 54 | 52 | 54 |
| 4 | 36 | 48 | 40 | 46 |
| Requerimientos | 180 | 280 | 150 | 200 |

En cada tabla precedente se han indicado, asimismo, las cantidades requeridos por cada almacén, dados en unidades.
Establecer el programa de distribución que minimice el costo total

totalizadores

F1) $-X_1 + X_{A1} + X_{B1} + X_{C1} + X_{D1} = 0$
F2) $-X_2 + X_{A2} + X_{B2} + X_{C2} + X_{D2} = 0$
F3) $-X_3 + X_{A3} + X_{B3} + X_{C3} + X_{D3} = 0$
F4) $-X_4 + X_{A4} + X_{B4} + X_{C4} + X_{D4} = 0$

requerimientos de los almacenes

A) $X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4} = 180$
B) $X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} + X_{B4} = 280$
C) $X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} = 150$
D) $X_{D1} + X_{D2} + X_{D3} + X_{D4} = 200$

$X_1 \leq 140$
$X_2 \leq 260$
$X_3 \leq 360$
$X_4 \leq 220$

CP) $-X_P + 60X_1 + 72X_2 + 48X_3 + 60X_4 = 0$

$CT_{F_1})\ -X_{T_1} + 28X_{A_1} + 40X_{B_1} + 36X_{C_1} + 38X_{D_1} = 0$

$CT_{F_2})\ -X_{T_2} + 18X_{A_2} + 28X_{B_2} + 24X_{C_2} + 30X_{D_2} = 0$

$CT_{F_3})\ -X_{T_3} + 42X_{A_3} + 54X_{B_3} + 52X_{C_3} + 54X_{D_3} = 0$

$CT_{F_4})\ -X_{T_4} + 36X_{A_4} + 48X_{B_4} + 40X_{C_4} + 46X_{D_4} = 0$

$\boxed{MIN: Z = X_P + X_{T_1} + X_{T_2} + X_{T_3} + X_{T_4}}$

$\boxed{Z = 78.880}$ 12 pasos

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| | Alm 1 | Alm 2 | Alm 3 | Alm 4 |
| $F_1$ | 0 | 0 | 0 | 140 |
| $F_2$ | 0 | 160 | 100 | 0 |
| $F_3$ | 180 | 120 | 0 | 60 |
| $F_4$ | 0 | 0 | 50 | 0 |
| Req | 180 | 280 | 150 | 200 |

# U.4 Método Simplex

4. Resolver por el método simplex y gráficamente los sig. ejercicios:

Ej. 1

$$\begin{cases} x_1 \leq 3 \\ x_2 \leq 6 \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 36 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_3 = 3 \\ x_2 + x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + x_5 = 36 \end{cases}$$

$z = 8x_1 + 3x_2$ (MAX) $\qquad z = 8x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

$x_1 = x_2 = 0$

Pivote = 1

| | | $C_j$ | 8 | 3 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | B | $A_1$ (a1) | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 3 | $\boxed{1}$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | $x_4$ | 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | – |
| 0 | $x_5$ | 36 | 6 | 4 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| | Z | = 0 | -8 | -3 | 0 | 0 | 0 | |

Sale $x_3$ | Entra $x_1$

| | | | (a2) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | $x_1$ | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | - |
| 0 | $x_4$ | 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | $x_5$ | 18 | 0 | $\boxed{4}$ | -6 | 0 | 1 | 4,5 |
| | z = 24 | | 0 | -3 | 8 | 0 | 0 | |

sale $x_5$
entra $x_2$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | $x_1$ | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | $x_4$ | 1,5 | 0 | 0 | 1,5 | 1 | -0,25 |
| 3 | $x_2$ | 4,5 | 0 | 1 | -1,5 | 0 | 0,25 |
| | z = 37,5 | | 0 | 0 | 3,5 | 0 | 0,75 |

$x_1 = 3$

$x_2 = 4,5$

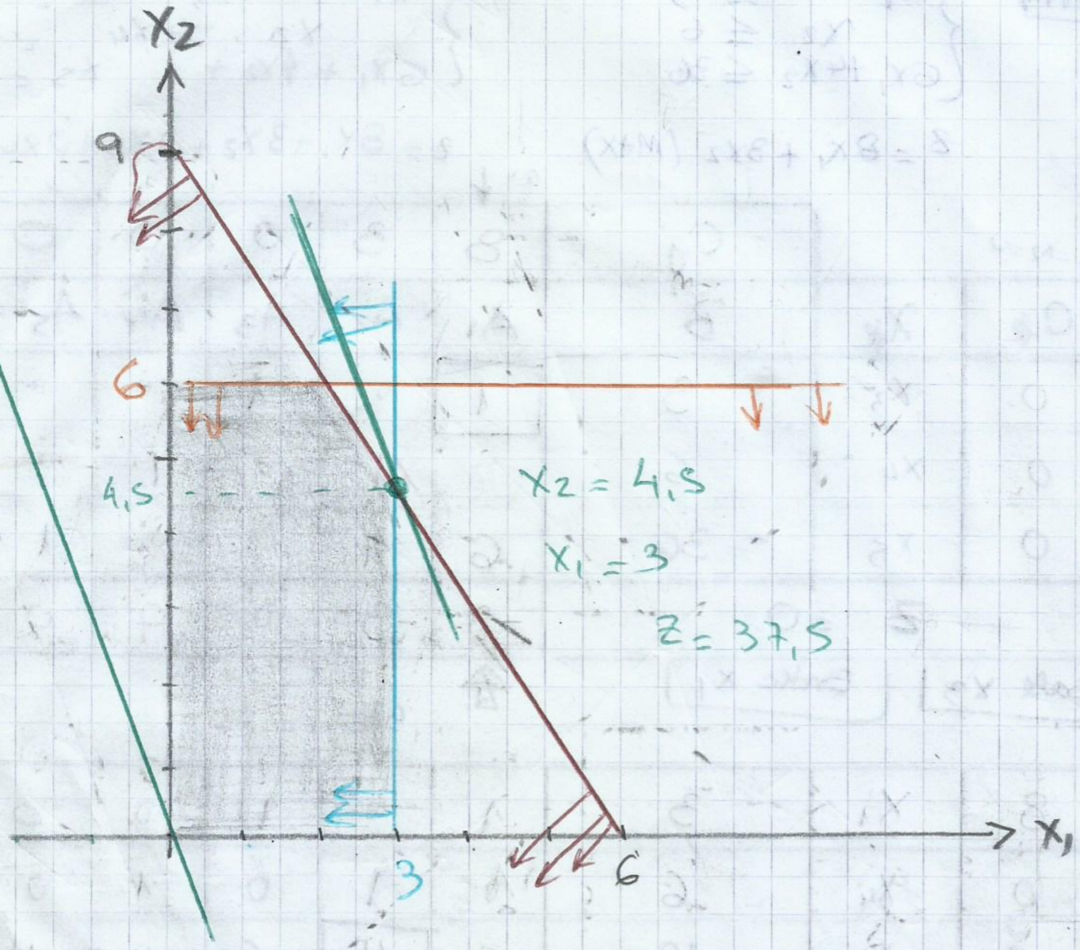
$x_4 = 1,5$

$z = 37,5$

✓

$$\begin{cases} \boxed{x_1 \leq 3} \\ \boxed{x_2 \leq 6} \\ \boxed{6x_1 + 4x_2 \leq 36} \end{cases}$$

$$\boxed{z = 8x_1 + 3x_2}$$




NOTA

# U 4 — Método Simplex

**4.2**

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2$ (MAX)

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

| | | $c_j$ | 5 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_B$ | $x_B$ | $b_B$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $b_i/A_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 2 | -2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2/-2 -1 |
| 0 | $x_4$ | 2 | $\boxed{1}$ | -1 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | $x_5$ | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| | $z = 0$ | | -5 | -2 | 0 | 0 | 0 | sale $x_4$ |

Se ve primero quién entra: $x_1$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 6 | 0 | -1 | 1 | 2 | 0 | ~~-6~~ |
| 5 | $x_1$ | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | ~~-2~~ |
| 0 | $x_5$ | 3 | 0 | $\boxed{2}$ | 0 | -1 | 1 | 1,5 |
| | $z = 10$ | | 0 | -7 | 0 | 5 | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 7,5 | 0 | 0 | 1 | 1,5 | 0,5 |
| 5 | $x_1$ | 3,5 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 0,5 |
| 2 | $x_2$ | 1,5 | 0 | 1 | 0 | -0,5 | 0,5 |
| | $z = 20,5$ | | 0 | 0 | 0 | 1,5 | 3,5 |

$\underbrace{1,5 \quad 3,5}_{>0}$ → sol. óptima

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 3,5 \\ x_2 &= 1,5 \\ z &= 20,5 \end{aligned}}$$

✓

$x_3 = 7,5$

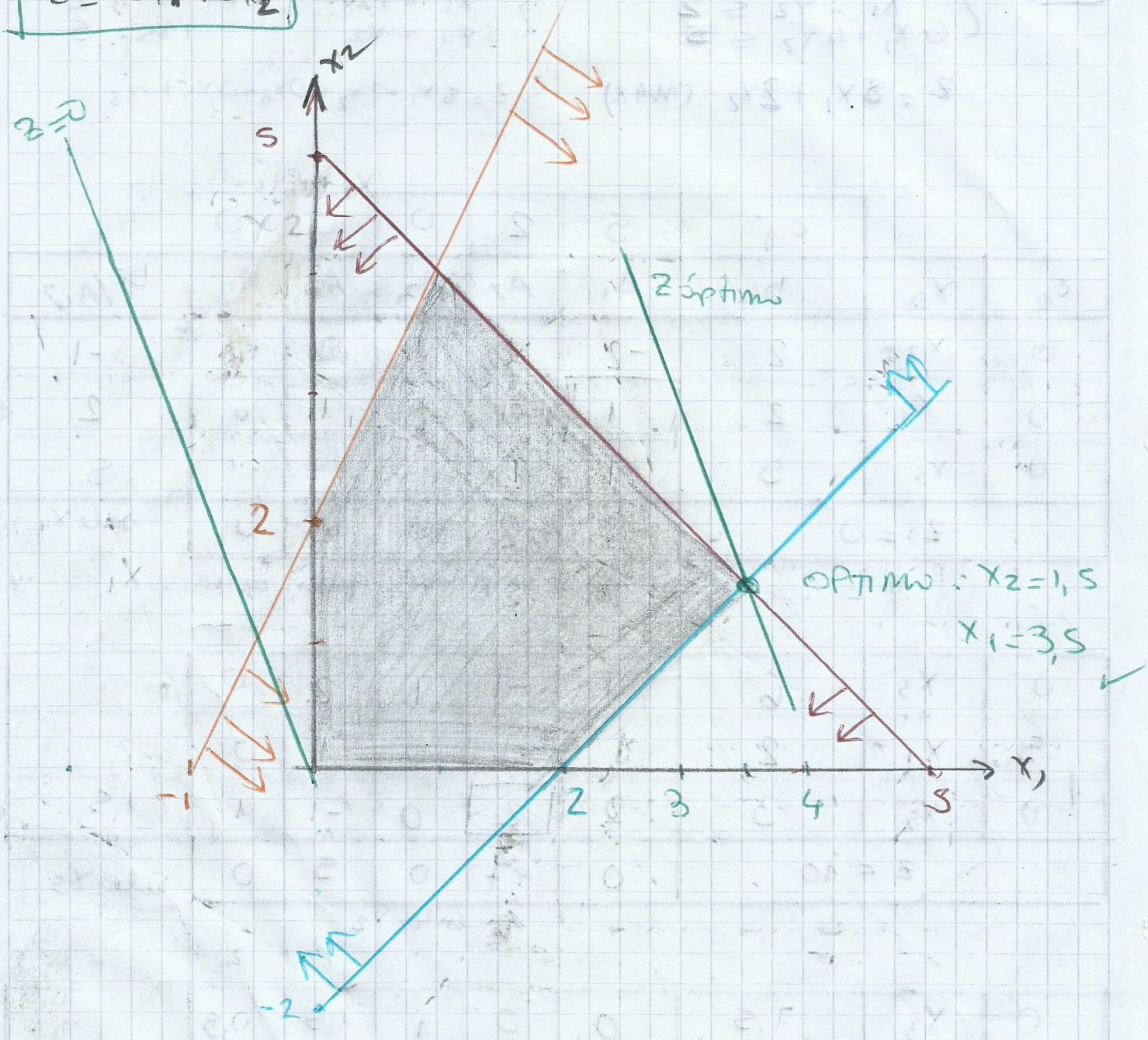
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 - x_2 \le 2 \\ x_1 + x_2 \le 5 \end{cases}$$

$x_2 \le 2 + 2x_1$

$x_2 \ge x_1 - 2$

$x_2 \le 5 - x_1$

$$\boxed{z = 5x_1 + 2x_2}$$



# U4 Método Simplex

**4.3**

$$\begin{cases} x_2 \le 3 \\ 4x_1 + 6x_2 \le 24 \\ 4x_1 - 3x_2 \le 12 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2$ (MAX)

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + x_4 = 24 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_5 = 12 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

| | | $c_j$ | 5 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | – |
| 0 | $x_4$ | 24 | 4 | 6 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | $x_5$ | 12 | $\boxed{4}$ | -3 | 0 | 0 | 1 | 3 ⇐ |
| | $z = 0$ | | -5 | -2 | 0 | 0 | 0 | sale $x_5$ |

⇑ entra $x_1$

$24 - \frac{4 \times 12}{4}$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | $x_4$ | 12 | 0 | $\boxed{9}$ | 0 | 1 | -1 | $1,\overline{33}$ ⇐ |
| 5 | $x_1$ | 3 | 1 | -0,75 | 0 | 0 | 0,25 | -4 |
| | $z = 15$ | | 0 | -5,75 | 0 | 0 | 1,25 | sale $x_4$ |

⇑ entra $x_2$

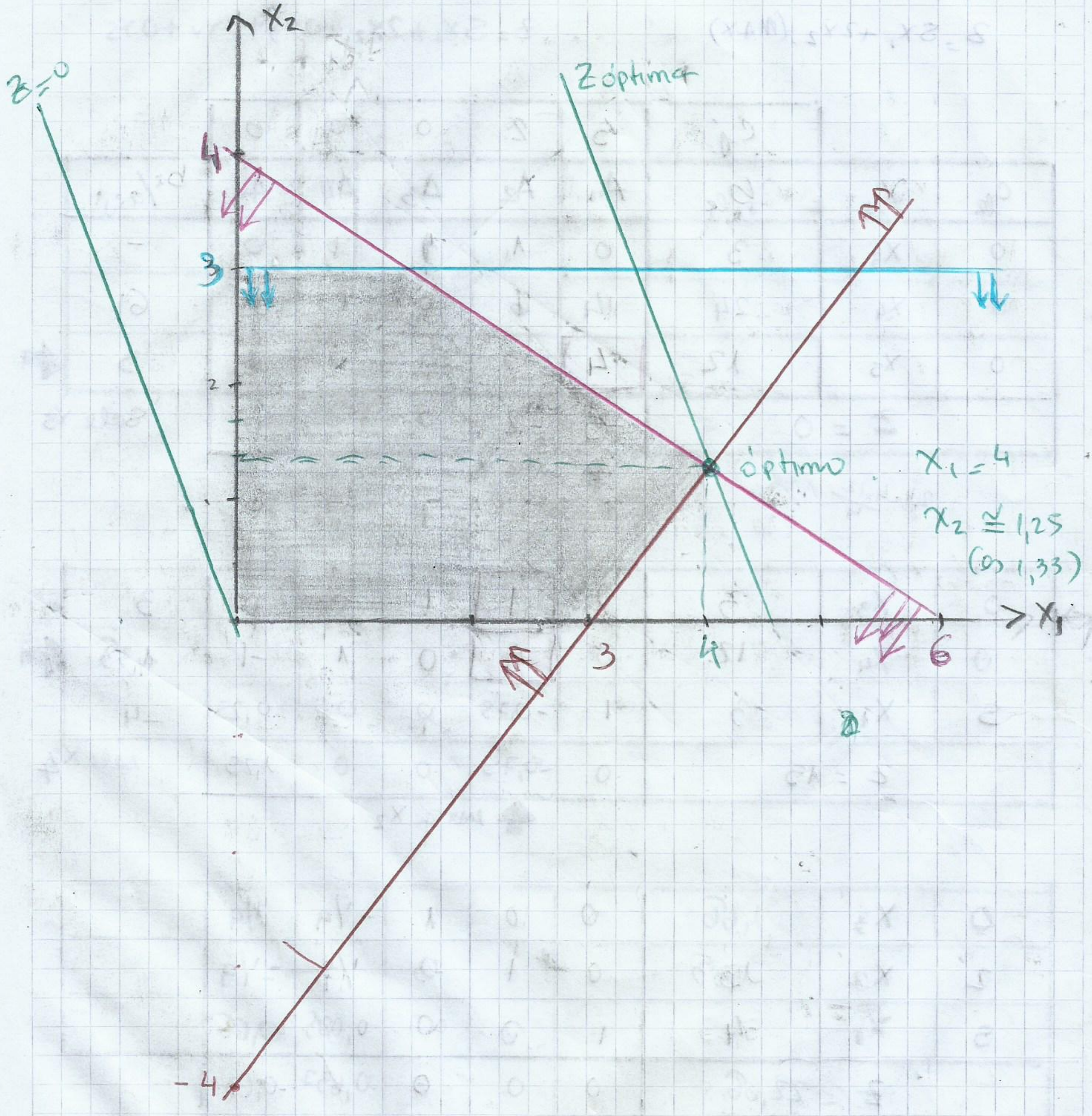
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | $1,\overline{66}$ | 0 | 0 | 1 | -1/9 | 1/9 | |
| 2 | $x_2$ | $1,\overline{33}$ | 0 | 1 | 0 | 1/9 | -1/9 | |
| 5 | $x_1$ | 4 | 1 | 0 | 0 | 0,083 | 0,66 | |
| | $z = 22,\overline{66}$ | | 0 | 0 | 0 | 0,637 | 0,64 | |

\+ → soluc. óptima

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 1,\overline{33} \\ z &= 22,\overline{66} \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} \boxed{x_2 \leq 3} \\ \boxed{4x_1 + 6x_2 \leq 24} \\ \boxed{4x_1 - 3x_2 \leq 12} \rightarrow \dfrac{4x_1 - 12}{3} \leq x_2 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2$



| U4 | Método Simplex |
|---|---|

## $\boxed{4.4}$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$z = 5x_1 + 8x_2 \quad (MAX)$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$$z = 5x_1 + 8x_2 - M\mu \quad (MAX)$$

$$\begin{cases} x_3 = 30 \\ -x_4 + \mu = 1 \\ x_5 = 6 \end{cases}$$

| | | $c_j$ | 5 | 8 | 0 | 0 | $-M$ | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | B | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_\mu$ | $A_5$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| $-M$ | $\mu$ | 1 | 0 | $\boxed{1}$ | 0 | $-1$ | 1 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 6 | $-2$ | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| $z = -M$ | | | $-5$ | $-M-8$ | 0 | $M$ | 0 | 0 | sale $\mu$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 25 | 6 | 0 | 1 | 5 | $-5$ | 0 | 5 |
| 8 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | $-1$ | 1 | 0 | — |
| 0 | $x_5$ | 4 | $-2$ | 0 | 0 | $\boxed{2}$ | $-2$ | 1 | 2 |
| $z = 8$ | | | $-5$ | 0 | 0 | $-8$ | $8+M$ | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_4$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 15 | $\boxed{11}$ | 0 | 1 | 0 | 0 | $-5/2$ | $15/11$ |
| 8 | $x_2$ | 3 | $-1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | $1/2$ | — |
| 0 | $x_4$ | 2 | $-1$ | 0 | 0 | 1 | $-1$ | $1/2$ | — |
| $z = 24$ | | | $-13$ | 0 | 0 | 0 | $M$ | 4 | sale $x_3$ |

entra $x_1$

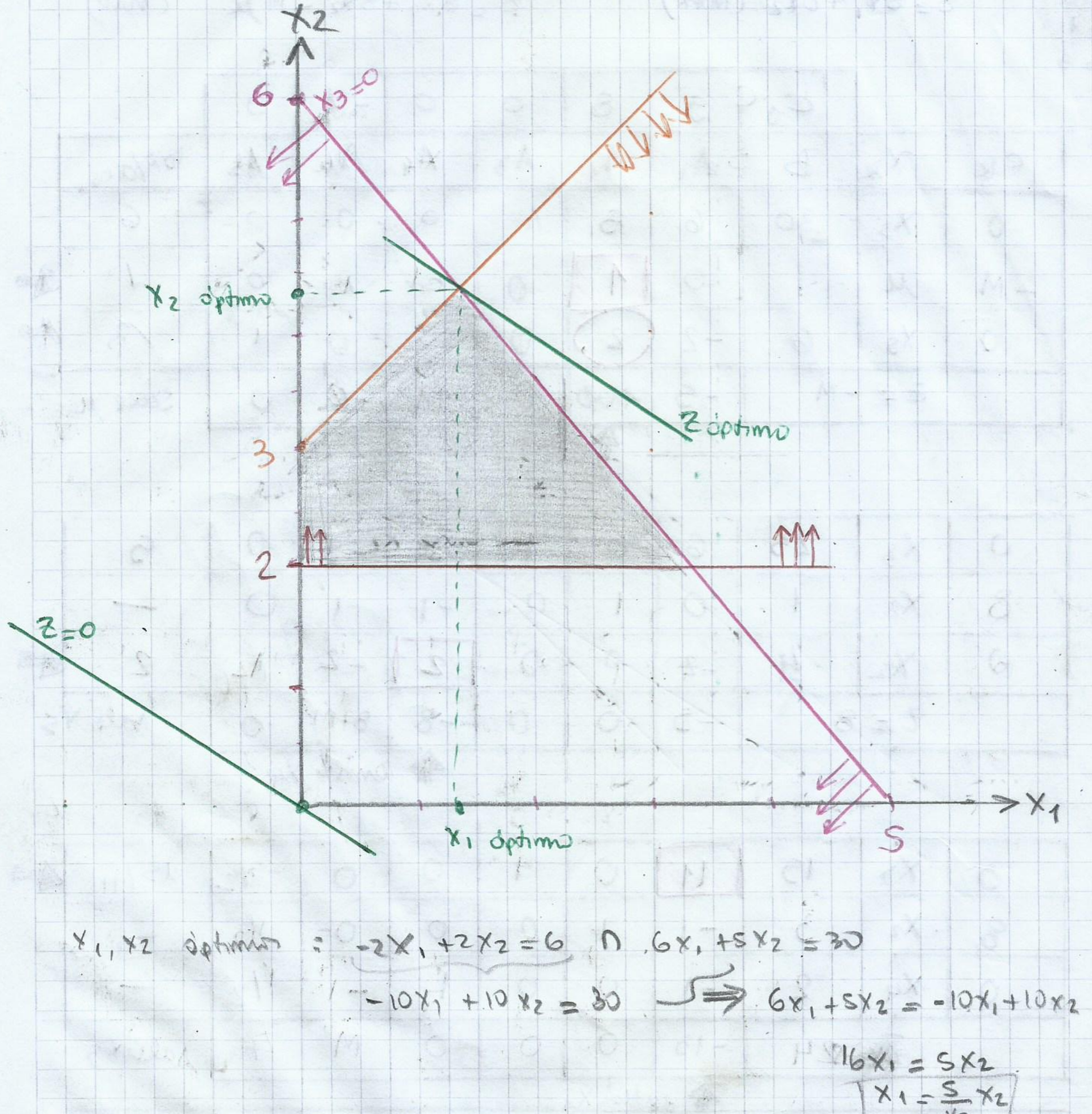
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | $x_1$ | $15/11$ | 1 | 0 | $1/11$ | 0 | 0 | $-5/22$ | |
| 8 | $x_2$ | $48/11$ | 0 | 1 | $1/11$ | 0 | 0 | $3/11$ | |
| 0 | $x_4$ | $37/11$ | 0 | 0 | $1/11$ | 1 | $-1$ | $3/11$ | |
| $z = 41,72$ ✓ | | | 0 | 0 | $13/11$ | 0 | $M$ | $123/22$ | |

$\geq 0 \rightarrow$ tabla óptima

$x_1 = 1,\overline{36}$ ✓ $x_2 = 4,\overline{36}$ ✓ $x_4 = 3,\overline{36}$ ✓

$$\begin{cases} \boxed{6x_1 + 5x_2 \leq 30} & x_3 = 0 \\ \boxed{x_2 \geq 1} & \\ \boxed{-2x_1 + 2x_2 \leq 6} & x_2 \leq 3 + x_1 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 8x_2$ (MAX)




$x_1, x_2$ óptimos : $\underbrace{-2x_1 + 2x_2 = 6}$ $\cap$ $6x_1 + 5x_2 = 30$

$-10x_1 + 10x_2 = 30 \Longrightarrow 6x_1 + 5x_2 = -10x_1 + 10x_2$

$16x_1 = 5x_2$

$\boxed{x_1 = \frac{5}{16} x_2}$

$6 \cdot \frac{5}{16} x_2 + 5x_2 = 30$

$\frac{55}{8} x_2 = 30$

$\boxed{z = \frac{459}{11} = 41{,}72}$ ✓

1,36 ✓

$\boxed{x_1 = \frac{15}{11}}$ ← $\boxed{x_2 = \frac{48}{11}}$

4,36 ✓

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

Resolver por el método simplex y gráficamente los sig. problemas, explicando el tipo de solución obtenida y cómo se detecta en la tabla final

$\boxed{4.5}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le 300 \\ 2{,}5x_1 + 4x_2 \le 1000 \\ x_2 = 200 \\ x_1 \le 200 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 300 \\ 2{,}5x_1 + 4x_2 + x_4 = 1000 \\ x_2 + \lambda = 200 \\ x_1 + x_5 = 200 \end{cases}$

$\begin{cases} x_3 = 300 \\ x_4 = 1000 \\ \lambda = 200 \\ x_5 = 200 \end{cases}$

$Z = 6x_1 + 2x_2$ (MAX) $Z = 6x_1 + 2x_2 - M\lambda$

| | | $c_j$ | 6 | 2 | 0 | 0 | 0 | -M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_\lambda$ | b/a |
| 0 | $x_3$ | 300 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 300 |
| 0 | $x_4$ | 1000 | 2,5 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 400 |
| -M | $\lambda$ | 200 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 200 |
| | Z = 0 | | -6 | -M-2 | 0 | 0 | 0 | 0 | sale $\lambda$ |

entra $x_2$

Re hacer con 4 filas

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 100 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1 | 100 |
| 0 | $x_4$ | 200 | 2,5 | 0 | 0 | 1 | 0 | -4 | 80 |
| 2 | $x_2$ | 200 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| | Z = 400 | | -6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2+M | sale $x_4$ |

entra $x_1$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 20 | 0 | 0 | 1 | -0,4 | 0 | 0,6 |
| 6 | $x_1$ | 80 | 1 | 0 | 0 | 0,4 | 0 | -1,6 |
| 2 | $x_2$ | 200 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | Z = 880 | | 0 | 0 | 0 | 2,4 | 0 | -7,6+M |

tabla óptima

$x_1 = 80$ ✓
$x_2 = 200$ ✓
$x_3 = 20$

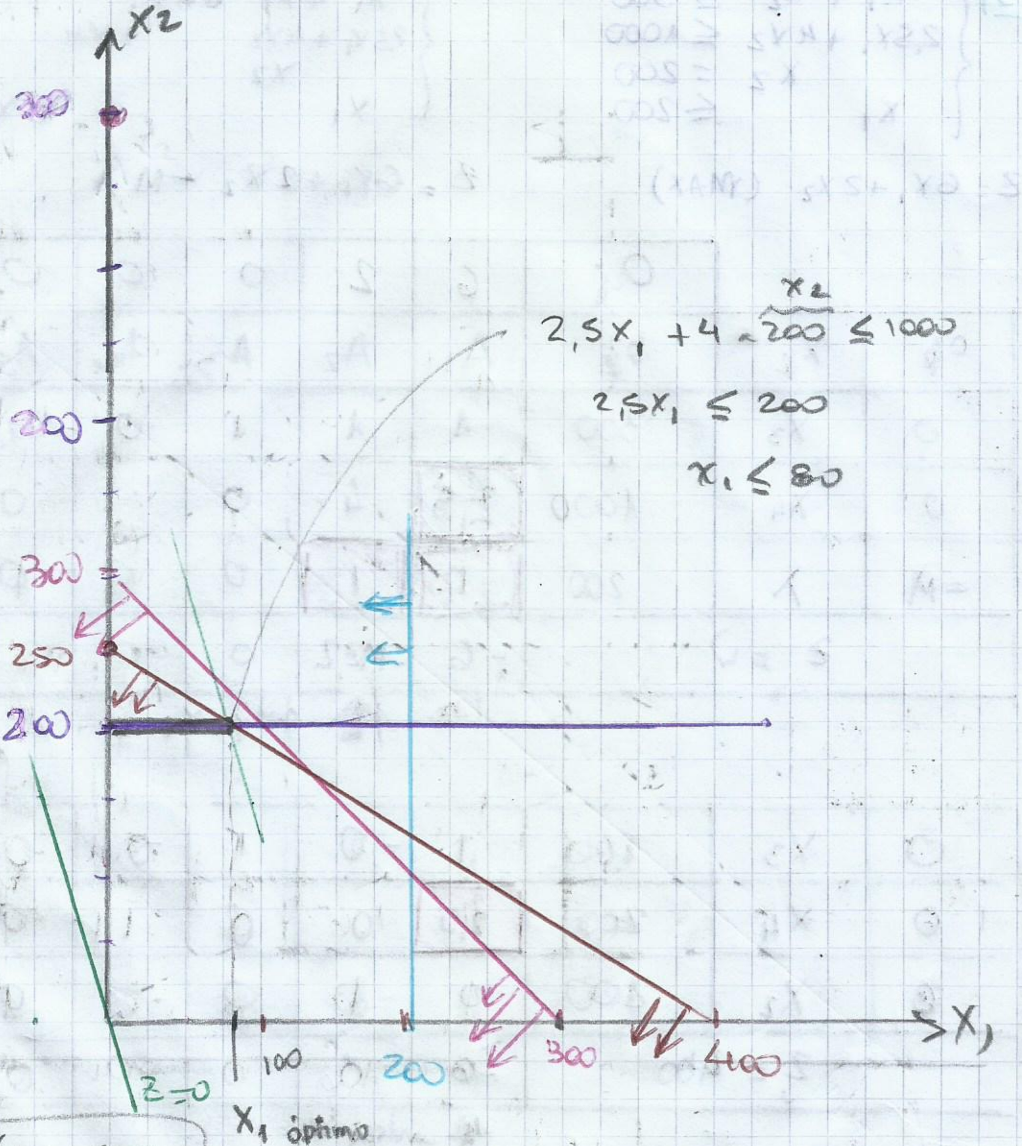
$\boxed{Z = 880}$ ✓

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 300 \\ 2{,}5x_1 + 4x_2 \leq 1000 \\ x_2 = 200 \\ x_1 \leq 200 \end{cases}$$

$x_2 \leq 300 - x_1$

$x_2 \leq \frac{1000 - 2{,}5x_1}{4}$

$z = 6x_1 + 2x_2$




$2{,}5x_1 + 4 \cdot \overbrace{200}^{x_2} \leq 1000$

$2{,}5x_1 \leq 200$

$x_1 \leq 80$

$x_2 = 200$

$x_1 = 80$

NOTA

# U4 Método Simplex

**4.6**

$$\begin{cases} x_2 \leq 3 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 24 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$z = -2x_1 + 4x_2 \quad (MAX)$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_4 = 24 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_5 + \mu = 0 \end{cases}$$

$$z = -2x_1 + 4x_2 - M\mu$$

| | | $c_j$ | -2 | 4 | 0 | 0 | 0 | -M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu$ | $b_k/a_{kj}$ |
| 0 | $x_3$ | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | $x_4$ | 24 | 4 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4,8 |
| -M | $\mu$ | 0 | 2 | $\boxed{2}$ | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 |
| | $z = 0$ | | -2M+2 | -2M-4 | 0 | 0 | M | 0 | sale $\mu$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 3 | -1 | 0 | 1 | 0 | $\boxed{0,5}$ | -0,5 | 6 |
| 0 | $x_4$ | 24 | -1 | 0 | 0 | 1 | 2,5 | -2,5 | 9,6 |
| 4 | $x_2$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | -0,5 | 0,5 | - |
| | $z = 0$ | | 6 | 0 | 0 | 0 | -2 | 2+M | sale $x_3$ |

entra $x_5$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_5$ | 6 | -2 | 0 | 2 | 0 | 1 | -1 |
| 0 | $x_4$ | 9 | 4 | 0 | -0,5 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | $x_2$ | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $z = 12$ | | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | M |

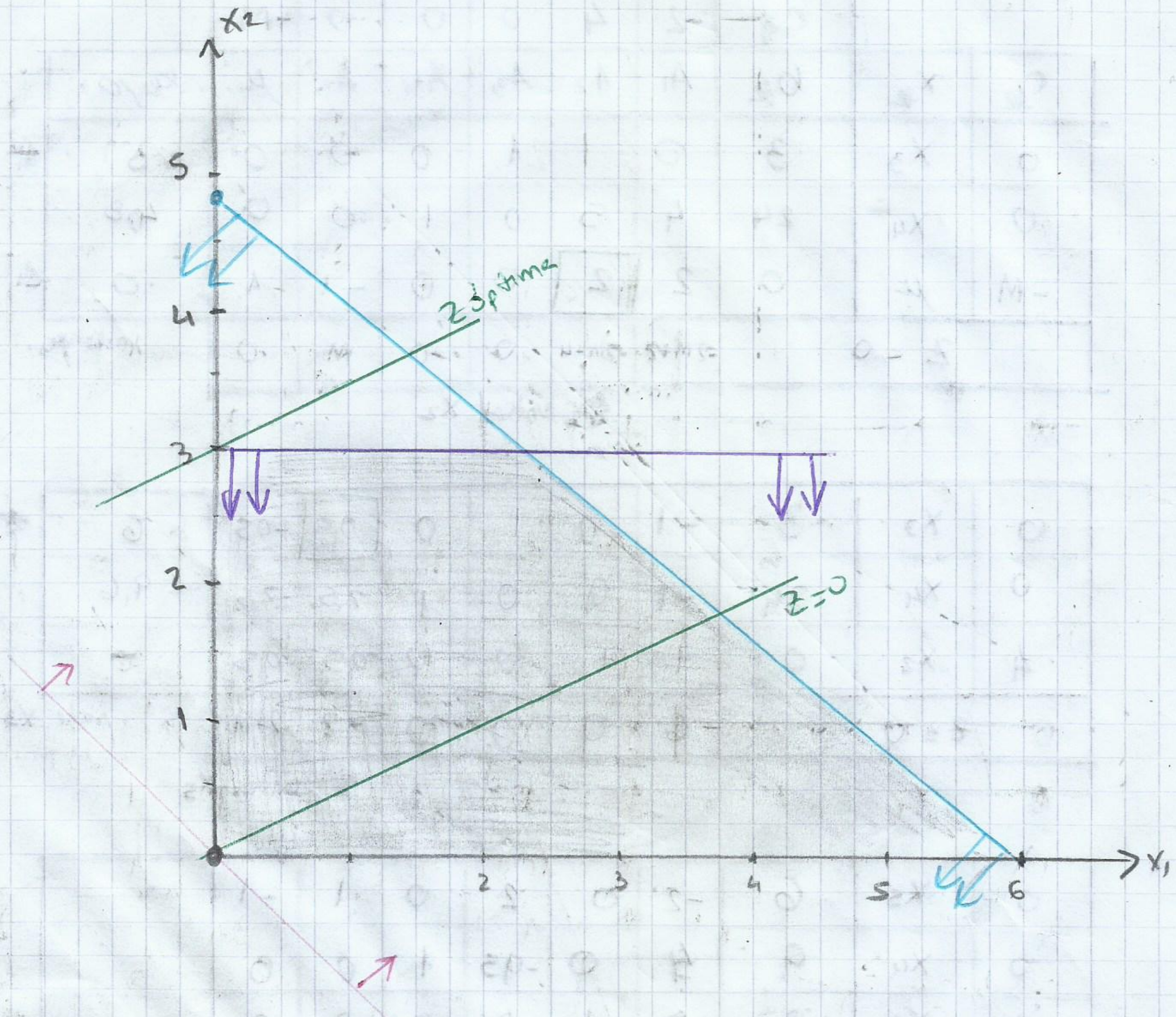
Hay solución degenerada

$x_5 = 6$
$x_4 = 9$
$x_2 = 3$ $\quad z = 12$

✓

$$\begin{cases} \boxed{x_2 \leq 3} \\ \boxed{4x_1 + 5x_2 \leq 24} \\ \boxed{2x_1 + 2x_2 \geq 0} \end{cases} \qquad x_2 \geq -x_1$$

$Z = -2x_1 + 4x_2$ (Max)




$x_1 = 0$
$x_2 = 3$

$Z = 12$

NOTA

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

**4.7**

$$\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_5 = 12 \end{cases}$$

$$z = 4x_1 + 4x_2 \quad (\text{MAX})$$

| | | $c_j$ | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 6 | $\boxed{1}$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 ← |
| 0 | $x_4$ | 8 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 8 |
| 0 | $x_5$ | 12 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 12 |
| | $z=0$ | | -4 | -4 | 0 | 0 | 0 | sale $x_3$ |
| | | | ↑ entra $x_1$ | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_1$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | – |
| 0 | $x_4$ | 2 | 0 | $\boxed{1}$ | -1 | 1 | 0 | 2 ← |
| 0 | $x_5$ | 6 | 0 | 2 | -1 | 0 | 1 | 3 |
| | $z = 24$ | | 0 | -4 | 4 | 0 | 0 | sale $x_4$ |
| | | | | ↑ entra $x_2$ | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_1$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| 4 | $x_2$ | 2 | 0 | 1 | -1 | 1 | 0 | – |
| 0 | $x_5$ | 2 | 0 | 0 | 1 | -2 | 1 | 2 ← |
| | $z = 32$ | | 0 | 0 | $0^*$ | 4 | 0 | |
| | | | | | ↑ | | | tabla óptima |

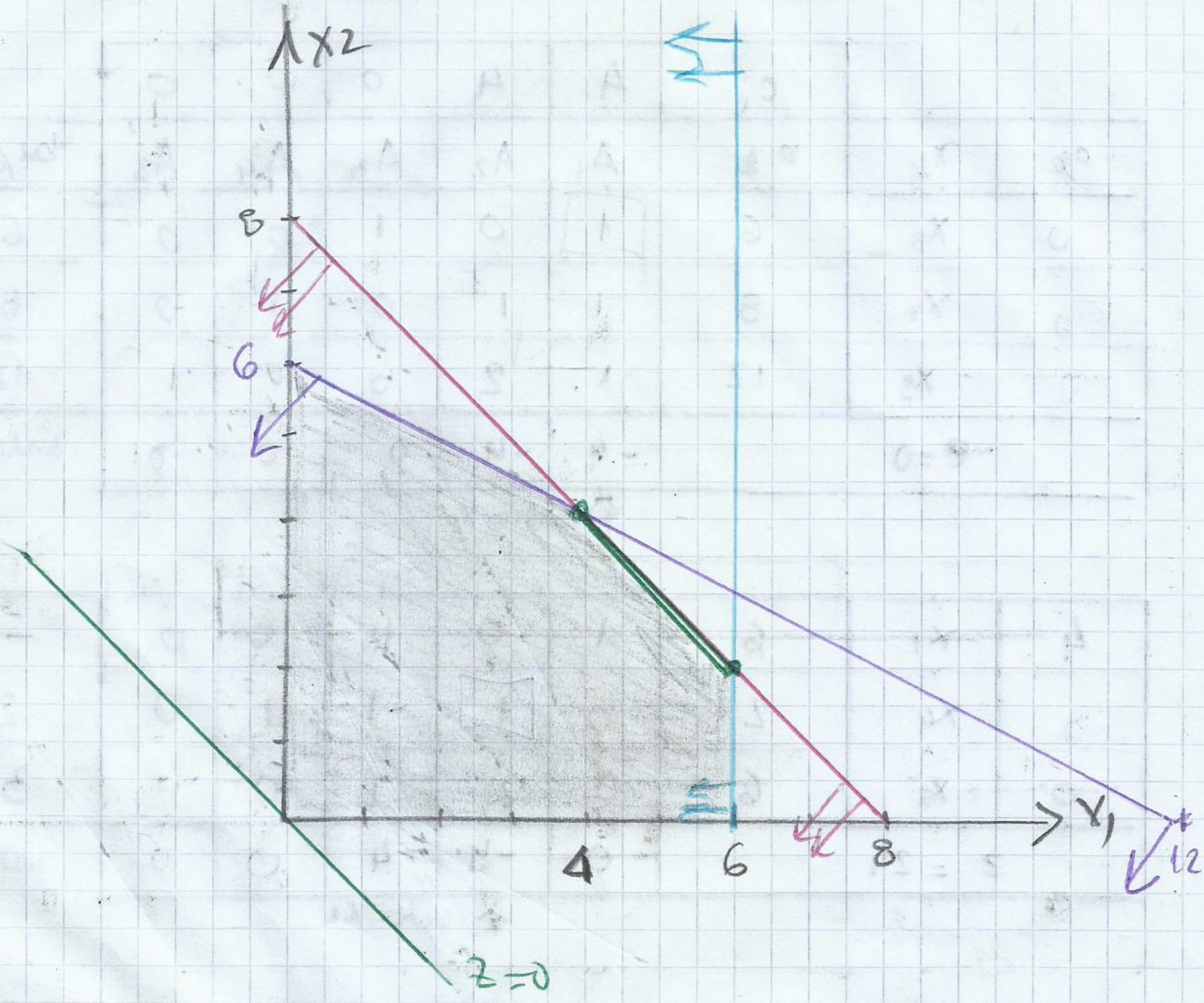
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_1$ | 4 | | |
| 4 | $x_2$ | 4 | | |
| 0 | $x_3$ | 2 | 0 | 0 |
| | $z = 32$ | | | |

$$\boxed{X = \alpha \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + (1-\alpha) \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

Soluc Alternativas

$$\begin{cases} \boxed{x_1 \leq 6} \\ \boxed{x_1 + x_2 \leq 8} \\ \boxed{x_1 + 2x_2 \leq 12} \end{cases}$$

$z = 4x_1 + 4x_2$ (MAX)




$$\boxed{x_2 = 8 - x_1 \qquad x_1 \in [4;6]}$$

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

4.8

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 3x_1 \leq 45 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_4 = 60 \\ 3x_1 + x_5 = 45 \end{cases}$$

$z = 6x_1 + 4x_2$ (max)

| | | $c_j$ | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $b_k/a_{kj}$ |
| 0 | $x_3$ | 48 | 2 | 4 | 1 | 0 | 0 | 24 |
| 0 | $x_4$ | 60 | 4 | 2 $60/2=30$ | 0 | 1 | 0 | 15 |
| 0 | $x_5$ | 45 | 3 | 0 $45/0=\infty$ | 0 | 0 | 1 | 15 |
| | $z=0$ | | -6 | -4 | 0 | 0 | 0 | sale $x_4$ |

entra $x_1$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 18 | 0 | 3 | 1 | -0,5 | 0 | 6 |
| 6 | $x_1$ | 15 | 1 | 0,5 | 0 | 0,25 | 0 | 30 |
| 0 | $x_5$ | 0 | 0 | -1,5 | 0 | -0,75 | 1 | — |
| | $z=90$ | | 0 | -1 | 0 | 1,5 | 0 | sale $x_3$ |

entra $x_2$

Sol. degenerada

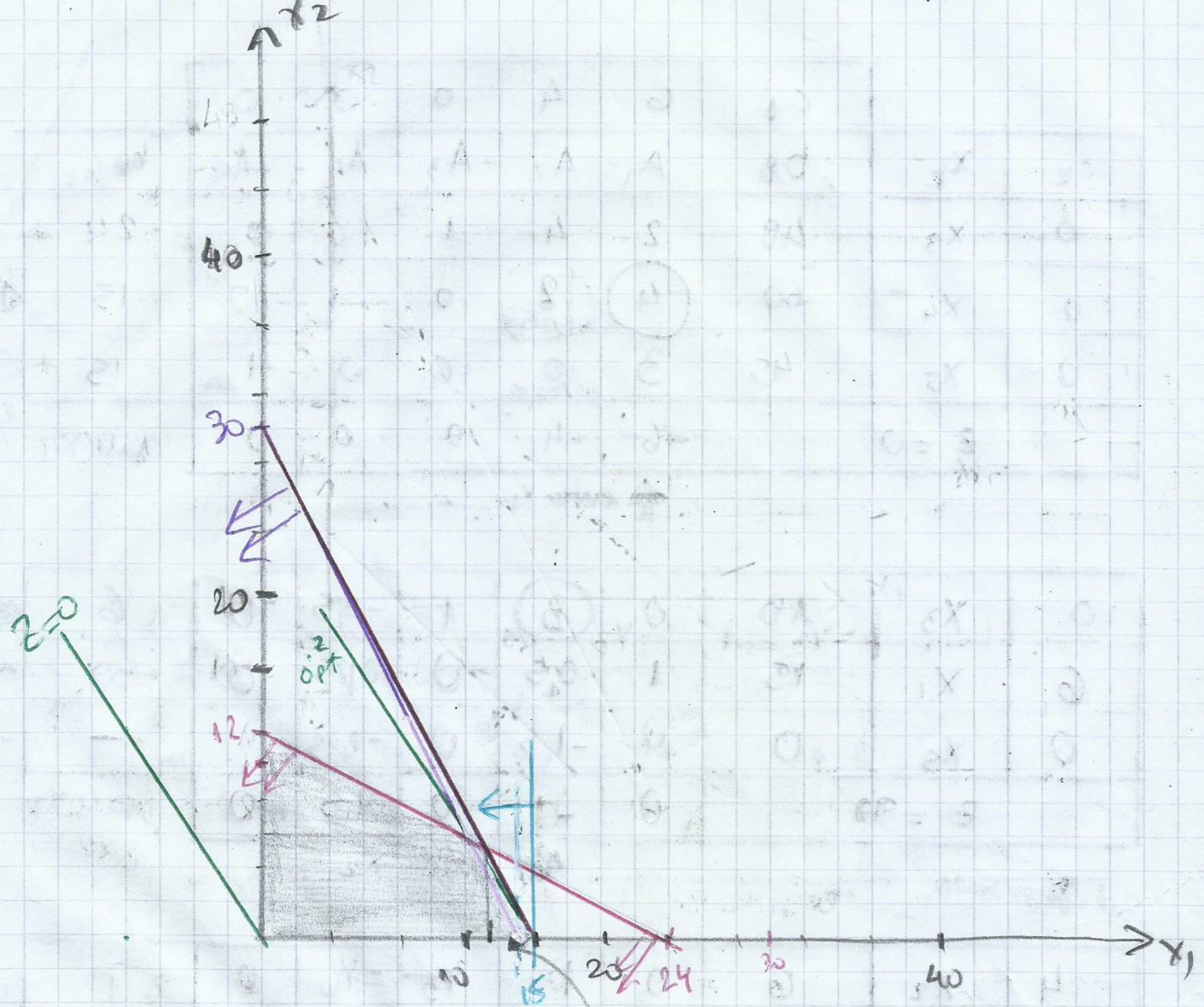
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_2$ | 6 | 0 | 1 | 1/3 | -1/6 | 0 | |
| 6 | $x_1$ | 12 | 1 | 0 | -1/6 | 1/3 | 0 | |
| 0 | $x_5$ | 9 | 0 | 0 | 0,5 | -1 | 1 | |
| | $z=96$ | | 0 | 0 | 1/3 | 4/3 | 0 | |

tabla óptima

$$\boxed{\begin{array}{ll} x_1 = 12 & \\ x_2 = 6 & z = 96 \\ x_5 = 9 & \end{array}}$$

$$\begin{cases}2x_1+4x_2\le 48\\4x_1+2x_2\le 60\\3x_1\le 45\end{cases}$$

$z = 6x_1+4x_2$ (MAX)




$x_1 = \cancel{10}\,12$
$x_2 = 6$

Hay solución degenerada

$z = \cancel{84}\,96$

$4x_1+2x_2=60$
$2x_1+4x_2=48$

$\begin{cases}2x_1+x_2=30\\2x_1=30-x_2\end{cases}$

$30-x_2+4x_2=48$

$3x_2=18 \to \boxed{x_2=6}$

$x_1=\frac{30-x_2}{2}=\frac{30-6}{2}=12$

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

**4.9**

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \geq 5 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 + \mu_1 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - x_5 + \mu_2 = 10 \end{cases}$$

$z = 2x_1 + x_2$ (MAX) $\qquad z = 2x_1 + x_2 - M\mu_1 - M\mu_2$

| | | $c_j$ | 2 | 1 | 0 | -M | 0 | 0 | -M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $\mu_1$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu_2$ | $b_k/a_{kj}$ |
| -M | $\mu_1$ | 5 | -5 | 3 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5/3 |
| 0 | $x_4$ | 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| -M | $\mu_2$ | 10 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 10 |
| | | $z = -15M$ | 3M-2 | -4M-1 | M | 0 | 0 | M | 0 | sale $\mu_1$ |

5M-2M-2 $\qquad$ -3M-M-1 entra $x_2$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_2$ | 5/3 | -5/3 | 1 | -1/3 | 1/3 | 0 | 0 | 0 | – |
| 0 | $x_4$ | 7/3 | 8/3 | 0 | 1/3 | -1/3 | 1 | 0 | 0 | 7/8 |
| -M | $\mu_2$ | 25/3 | 11/3 | 0 | 1/3 | -1/3 | 0 | -1 | 1 | 25/11 |
| | | $z = \frac{5-25M}{3}$ | $\frac{-11-11M}{3}$ | 0 | | $\frac{1+M}{3}$ | 0 | M | 0 | sale $x_4$ |

$-\frac{5}{3} - \frac{11M}{3} - 2$ $\qquad$ entra $x_1$

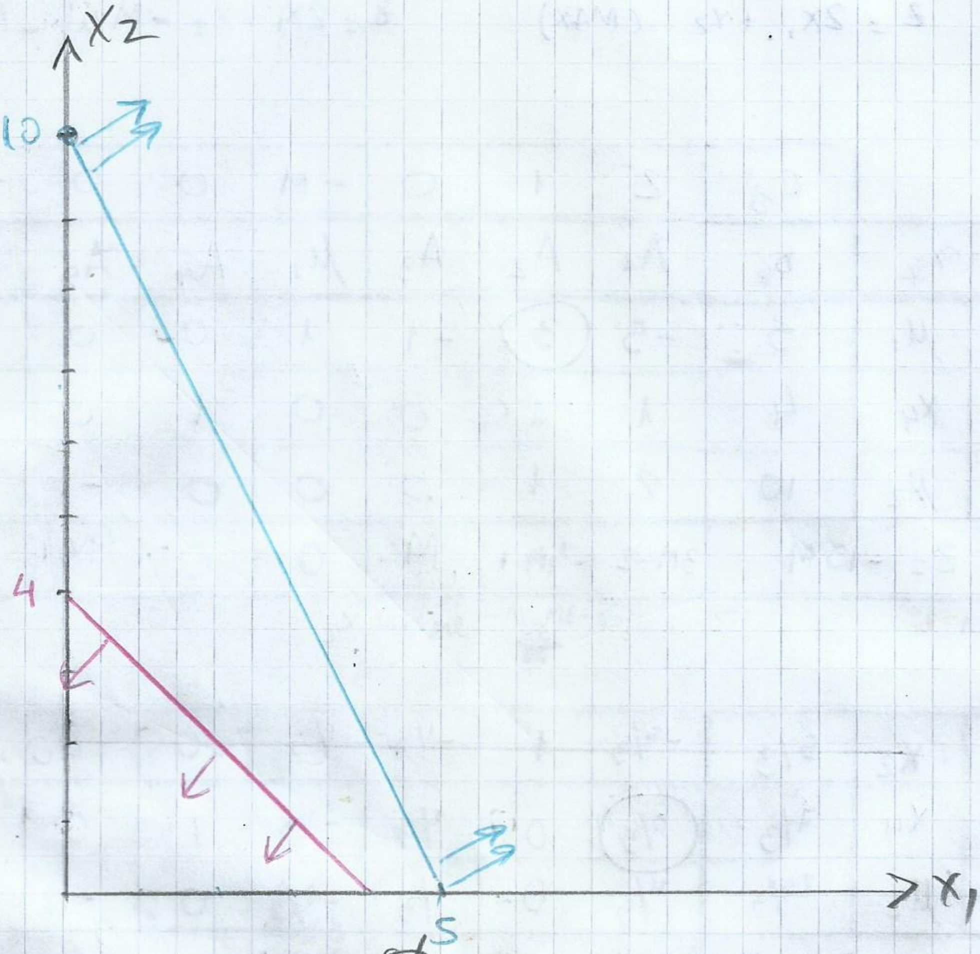
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_2$ | 25/8 | 0 | 1 | -1/8 | 1/8 | 5/8 | 0 | 0 | |
| 2 | $x_1$ | 7/8 | 1 | 0 | 1/8 | -1/8 | 3/8 | 0 | 0 | |
| -M | $\mu_2$ | 41/8 | 0 | 0 | -1/8 | 1/8 | -11/8 | -1 | 1 | |
| | | $z = \frac{39}{8} - \frac{41}{8}M$ | 0 | 0 | $\frac{1+M}{8}$ | | $\frac{11+11M}{8}$ | M | 0 | |

$\leq 0$ $\qquad$ $\geq 0$

$\boxed{\text{Incompatible}}$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \geq 5 \\ \boxed{x_1 + x_2 \leq 4} \\ \boxed{2x_1 + x_2 \geq 10} \end{cases}$$

$z = 2x_1 + x_2$ (MAX)




$\emptyset$ incompatible

NOTA

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

**4.10**

$$\begin{cases} x_2 \geq 2 \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24 \\ 10x_1 - 30x_2 \geq 30 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 - x_3 + \mu_1 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 - x_4 + \mu_2 = 24 \\ 10x_1 - 30x_2 - x_5 + \mu_3 = 30 \end{cases}$$

$z = x_1 + 8x_2$ (MAX) $\qquad \boxed{z = x_1 + 8x_2 - M\mu_1 - M\mu_2 - M\mu_3}$

| | | $c_j$ | 1 | 8 | 0 | −M | 0 | −M | 0 | −M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_R$ | $x_R$ | $b_R$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $\mu_1$ | $A_4$ | $\mu_2$ | $A_5$ | $\mu_3$ | $b_R/a_{Rj}$ |
| −M | $\mu_1$ | 2 | 0 | 1 | −1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | − |
| −M | $\mu_2$ | 24 | 4 | 6 | 0 | 0 | −1 | 1 | 0 | 0 | 12 |
| −M | $\mu_3$ | 30 | 10 | −30 | 0 | 0 | 0 | 0 | −1 | 1 | 3 |
| $z = -56M$ | | | −14M−1 | 23M−8 | M | 0 | M | 0 | M | 0 | sale $\mu_3$ |

entra $x_1$

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| −M | $\mu_1$ | 2 | 0 | 1 | −1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| −M | $\mu_2$ | 12 | 0 | 18 | 0 | 0 | −1 | 1 | 0,4 | −0,4 | 12/18 |
| 1 | $x_1$ | 3 | 1 | −3 | 0 | 0 | 0 | 0 | −0,1 | 0,1 | − |
| $z = -14M + 3$ | | | 0 | −19M−11 | M | 0 | M | 0 | −0,4M −0,1 | 0,4M+0,1 | sale $\mu_2$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| −M | $\mu_1$ | 4/3 | 0 | 0 | −1 | 1 | 1/18 | −1/18 | −1/45 | 1/45 | 24 |
| 8 | $x_2$ | 2/3 | 0 | 1 | 0 | 0 | −1/18 | 1/18 | 1/45 | −1/45 | − |
| 1 | $x_1$ | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | −1/6 | 1/6 | −1/30 | 1/30 | − |
| $z = -\frac{4}{3}M + \frac{31}{3}$ | | | 0 | 0 | M | 0 | $-\frac{M}{18}$ | $\frac{11}{18} + \frac{19}{18}M$ | $\frac{13}{90} + \frac{M}{45}$ | $-\frac{13}{90} + \frac{44M}{45}$ | sale $\mu_1$ |

entra $x_4$

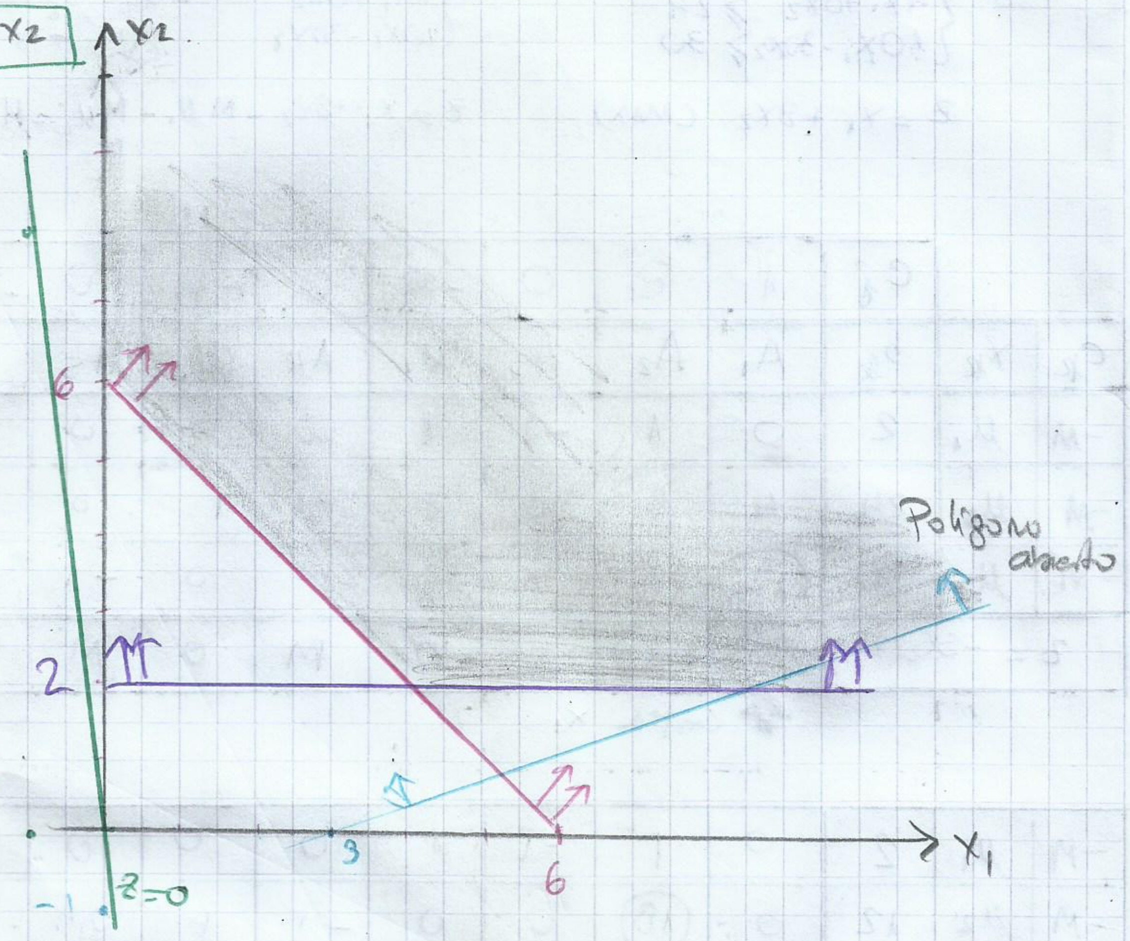
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_4$ | 24 | 0 | 0 | −18 | 18 | 1 | −1 | −0,4 | 0,4 |
| 8 | $x_2$ | 2 | 0 | 1 | −1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | $x_1$ | 9 | 1 | 0 | −3 | 3 | 0 | 0 | −0,1 | 0,1 |
| $z = 25$ | | | 0 | 0 | −11 | −11+M | 0 | M | −0,1 | 0,1+M |

todos negativos (polígono abierto)

$$\begin{cases} \boxed{x_2 \geq 2} \\ \boxed{4x_1 + 6x_2 \geq 24} \\ \boxed{10x_1 - 30x_2 \geq 30} \end{cases}$$

$$\boxed{z = x_1 + 8x_2}$$

MAX



# U4 — Método Simplex

**4.11**

$$\begin{cases} x_1 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_2 \geq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - x_3 + \mu_1 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + x_5 = 8 \\ x_2 - x_6 + \mu_2 = 1 \end{cases}$$

$z = x_1 - 2x_2$ (MIN) $\qquad z = x_1 - 2x_2 + M\mu_1 + M\mu_2$

4 restricciones

| | | $c_j$ | 1 | -2 | 0 | M | 0 | 0 | 0 | M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $\mu_1$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $\mu_2$ | b/a |
| M | $\mu_1$ | 2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | — |
| 0 | $x_4$ | 10 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 0 | $x_5$ | 8 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| M | $\mu_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 |
| $z = 3M$ | | | M-1 | M+2 | -M | 0 | 0 | 0 | -M | 0 | sale $\mu_2$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | $\mu_1$ | 2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | $x_4$ | 9 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 | 4,5 |
| 0 | $x_5$ | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | -2 | 6 |
| -2 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | — |
| $z = 2M-2$ | | | M-1 | 0 | -M | 0 | 0 | 0 | 2 | -2 | sale $\mu_1$ |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_1$ | 2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | – |
| 0 | $x_4$ | 5 | 0 | 0 | 2 | -2 | 1 | 0 | 1 | -1 | 5 |
| 0 | $x_5$ | 4 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 2 | -2 | 2 |
| -2 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | – |
| $z=0$ | | | 0 | 0 | -1 | 1-M | 0 | 0 | 2 | -2 | sale $x_5$ |

entra $x_6$

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_1$ | 2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | $x_4$ | 3 | 0 | 0 | 1,5 | -1,5 | 1 | -0,5 | 0 | 0 | |
| 0 | $x_6$ | 2 | 0 | 0 | 0,5 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | -1 | |
| -2 | $x_2$ | 3 | 0 | 1 | 0,5 | -0,5 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | |
| $z=-4$ | | | 0 | 0 | -2 | 2-M | 0 | -1 | 0 | -M | |

tabla óptima

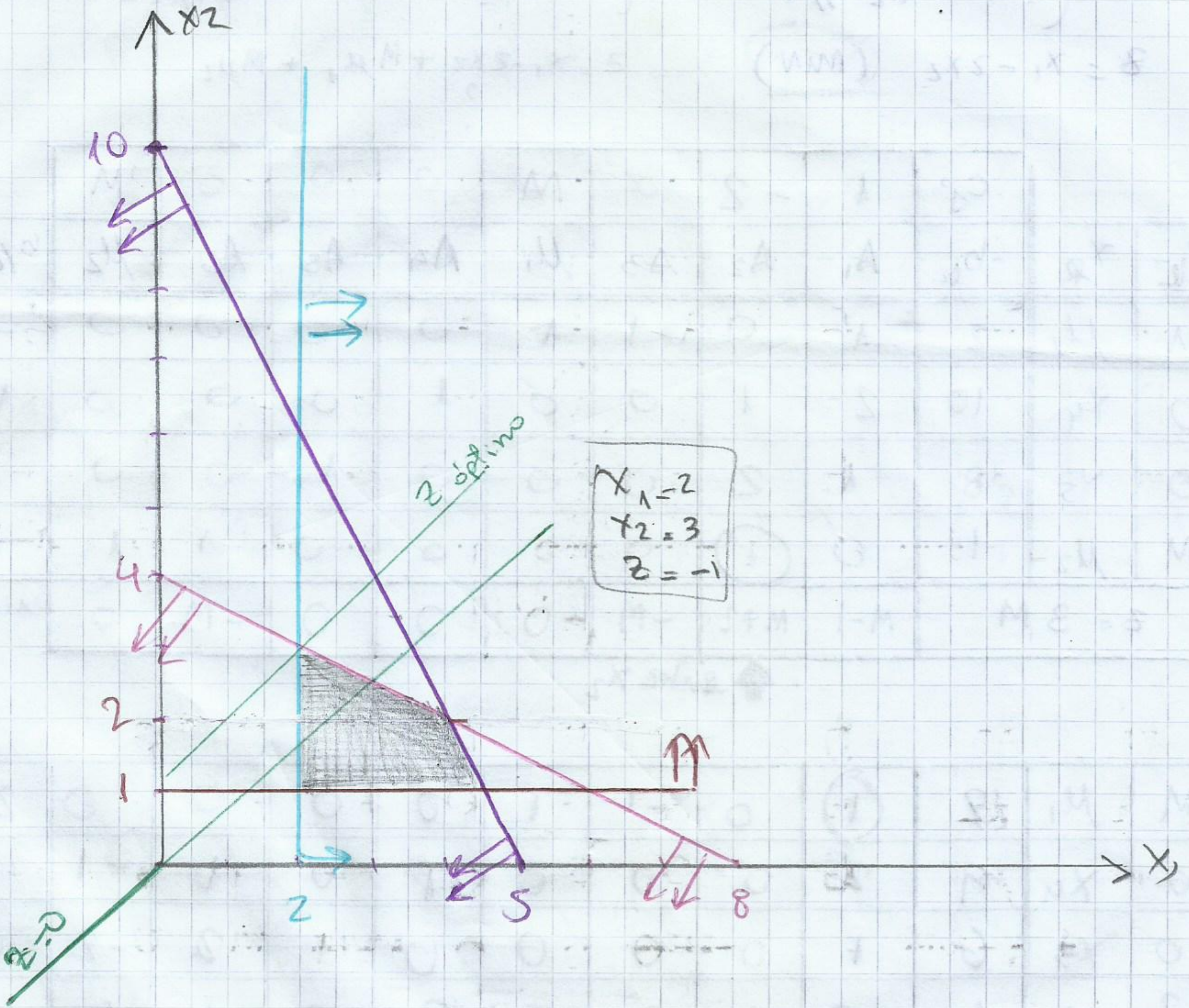
$x_1 = 2$
$x_2 = 3$

$z = -4$

verif. con LINDO

$$\begin{cases} \boxed{x_1 \geq 2} \\ \boxed{2x_1 + x_2 \leq 10} \\ \boxed{x_1 + 2x_2 \leq 8} \\ \boxed{x_2 \geq 1} \end{cases}$$

$z = x_1 - x_2$ (MIN)



$\boxed{4.12}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 1 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_5 + \mu = 8 \end{cases}$$

$z = 3x_1 + x_2$ (MAX) $\qquad z = 3x_1 + x_2 - M\mu$

| | | $c_j$ | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | $-M$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu$ | $b/a$ |
| 0 | $x_3$ | 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 0 | $x_4$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| $-M$ | $\mu$ | 8 | $-1$ | 2 | 0 | 0 | $-1$ | 1 | 4 |
| $z$ | $= -8M$ | | $M-3$ | $-2M-1$ | 0 | 0 | $M$ | 0 | sale $x_4$ |

entra $x_2$

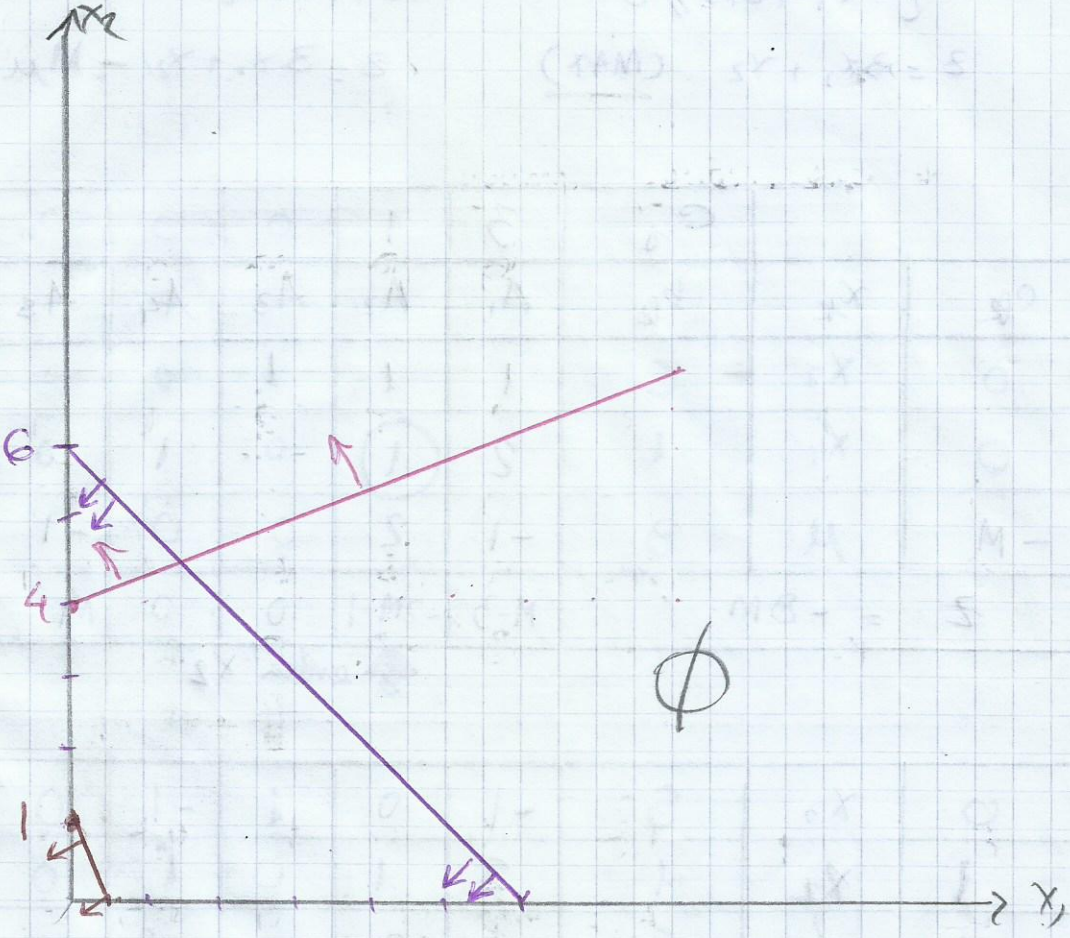
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 5 | $-1$ | 0 | 1 | $-1$ | 0 | 0 |
| 1 | $x_2$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| $-M$ | $\mu$ | 6 | $-5$ | 0 | 0 | $-2$ | $-1$ | 1 |
| $z$ | $= 1-6M$ | | $-1+5M$ | 0 | 0 | $1+2M$ | $M$ | 0 |

$\leq 0$ $\qquad \geq 0$

Incompatible

$$\begin{cases} \boxed{x_1 + x_2 \leq 6} \\ \boxed{2x_1 + x_2 \leq 1} \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8 \end{cases}$$

$z = 3x_1 + x_2$ MAX




Incompatible

| 04 | Método Simplex. DUAL |
|---|---|

$\boxed{4.13}$ Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ej. 4.2.

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 - x_2 \le 2 \\ x_1 + x_2 \le 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2y_1 + y_2 + y_3 \ge 5 \\ y_1 - y_2 + y_3 \ge 2 \end{cases}$$

$$z = 5x_1 + 2x_2 \text{ (MAX)} \qquad z = 2y_1 + 2y_2 + 5y_3 \quad \text{(MIN)}$$

$$z = 2y_1 + 2y_2 + 5y_3 + M\mu_1 + M\mu_2 \quad \text{(MIN)} \quad \begin{cases} -2y_1 + y_2 + y_3 - y_4 + \mu_1 = 5 \\ y_1 - y_2 + y_3 - y_5 + \mu_2 = 2 \end{cases}$$

| | | $c_j$ | 2 | 2 | 5 | 0 | 0 | M | M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $b_i/a_{ij}$ |
| M | $\mu_1$ | 5 | -2 | 1 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| M | $\mu_2$ | 2 | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $z = 7M$ | | | -M-2 | -2 | 2M-5 | -M | -M | 0 | 0 | sale $\mu_2$ |

entra $y_3$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | $\mu_1$ | 3 | -3 | 2 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | 1,5 |
| 5 | $y_3$ | 2 | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | — |
| $z = 3M+10$ | | | -3M+3 | 2M-7 | 0 | -M | M-5 | 0 | -2M+5 | sale $\mu_1$ |

entra $y_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | $y_2$ | 1,5 | -1,5 | 1 | 0 | -0,5 | 0,5 | 0,5 | -0,5 |
| 5 | $y_3$ | 3,5 | -0,5 | 0 | 1 | -0,5 | -0,5 | 0,5 | 0,5 |
| $z = 20,5$ | | | -7,5 | 0 | 0 | -3,5 | -1,5 | 3,5-M | 1,5-M |

$\boxed{z = 20,5}$ ✓

NOTA

$\boxed{4.14}$ Plantear y resolver el problema dual del ej. 4.9.

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \geq 5 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 \leq -5 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ -2x_1 - x_2 \leq -10 \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + x_2 \quad (MAX) \qquad \underbrace{z = 2x_1 + x_2 \quad MAX}$$

$$\begin{cases} 5y_1 + y_2 - 2y_3 \geq 2 \\ -3y_1 + y_2 - y_3 \geq 1 \end{cases}$$

$$z = -5y_1 + 4y_2 - 10y_3 \quad (MIN)$$

$$\begin{cases} 5y_1 + y_2 - 2y_3 - y_4 + \mu_1 = 2 \\ -3y_1 + y_2 - y_3 - y_5 + \mu_2 = 1 \end{cases}$$

$$z = -5y_1 + 4y_2 - 10y_3 + M\mu_1 + M\mu_2 \quad (MIN)$$

| | | $c_j$ | $-5$ | $4$ | $-10$ | $0$ | $0$ | $M$ | $M$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $b_k/a_{kj}$ |
| $M$ | $\mu_1$ | $2$ | $5$ | $1$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $0$ | $2/5$ |
| $M$ | $\mu_2$ | $1$ | $-3$ | $1$ | $-1$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $1$ | — |
| $z = 3M$ | | | $2M+5$ | $2M-4$ | $-3M+10$ | $-M$ | $-M$ | $0$ | $0$ | sale $\mu_1$ |
| | | | entra $y_1$ | | | | | | | |
| $-5$ | $y_1$ | $2/5$ | $1$ | $1/5$ | $-2/5$ | $-1/5$ | $0$ | $1/5$ | $0$ | $2$ |
| $M$ | $\mu_2$ | $11/5$ | $0$ | $8/5$ | $-11/5$ | $-3/5$ | $-1$ | $3/5$ | $1$ | $11/8$ |
| $z = \frac{11}{5}M - 2$ | | | $0$ | $\frac{8}{5}M-5$ | $-\frac{11}{5}M+12$ | $-\frac{3}{5}M+1$ | $-M$ | $-\frac{2}{5}M-1$ | $0$ | sale $\mu_2$ |
| | | | | entra $y_2$ | | | | | | |
| $-5$ | $y_1$ | $1/8$ | $1$ | $0$ | $-1/8$ | $-1/8$ | $1/8$ | $1/8$ | $-1/8$ | |
| $4$ | $y_2$ | $11/8$ | $0$ | $1$ | $-11/8$ | $-3/8$ | $-5/8$ | $3/8$ | $5/8$ | ? |
| $z = 39/8$ | | | $0$ | $0$ | $41/8$ | $-7/8$ | $-25/8$ | $7/8$ | $23/8$ | |
| | | | | | entra $y_3$ | | | | | |

# U4 | Método SIMPLEX – DUAL

**4.15** Obtener en forma directa la tabla óptima del problema dual del ej. 4.2

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 2x_2$ (MAX)

| | | $c_j$ | 5 | 2 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_R$ | $x_R$ | $B_R$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
| 0 | $x_3$ | 7,5 | 0 | 0 | 1 | 1,5 | 0,5 |
| 5 | $x_1$ | 3,5 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 0,5 |
| 2 | $x_2$ | 1,5 | 0 | 1 | 0 | -0,5 | 0,5 |
| $z = 20,5$ | | | 0 | 0 | 0 | 1,5 | 3,5 |
| | | | $y_4$ | $y_5$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | $y_2$ | 1,5 | -1,5 | 1 | 0 | -0,5 | 0,5 |
| 5 | $y_3$ | 3,5 | -0,5 | 0 | 1 | -0,5 | -0,5 |
| $z = 20,5$ | | | -7,5 | 0 | 0 | -3,5 | -1,5 |
| | | | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ |

**4.16** idem 4.7

4.7
4.8

$$\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$z = 4x_1 + 4x_2$ (MAX)

| | | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_1$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | $x_2$ | 2 | 0 | 1 | -1 | 1 | 0 |
| 0 | $x_5$ | 2 | 0 | 0 | 1 | -2 | 1 |
| $z = 32$ | | | 0 | 0 | 0* | 4 | 0 |
| | | | $y_4$ | $y_5$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |

| | | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | $y_1$ | 0 | 1 | 0 | -1 | -1 | 1 |
| 8 | $y_2$ | 4 | 0 | -1 | 2 | 0 | -1 |
| $z=32$ | | | 0 | 0 | -2 | -6 | -2 |
| | | | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ |

idem 4.8

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 3x_1 \leq 45 \end{cases}$$

$z = 6x_1 + 4x_2$ (MAX)

dual

$2y_1 + 4y_2 + 3y_3 \geq 6$
$4y_1 + 2y_2 \geq 4$

MIN $z = 48y_1 + 60y_2 + 45y_3$

| | | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $x_2$ | 6 | 0 | 1 | 1/3 | -1/6 | 0 |
| 6 | $x_1$ | 12 | 1 | 0 | -1/6 | 1/3 | 0 |
| 0 | $x_5$ | 9 | 0 | 0 | 1/2 | -1 | 1 |
| | z = 96 | | 0 | 0 | 1/3 | 4/3 | 0 |
| | | | $y_4$ | $y_5$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |

relacione

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 48 | $y_1$ | 1/3 | 1 | 0 | -1/2 | 1/6 | -1/3 |
| 60 | $y_2$ | 4/3 | 0 | 1 | 1 | -1/3 | 1/6 |
| | z = 96 | | 0 | 0 | -9 | -12 | -6 |
| | | | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ |

$\boxed{4.17}$ idem 4.11

tabla óptima directo

$z = x_1 - 2x_2$ MIN

$$\begin{cases} x_1 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$z = 2y_1 - 10y_2 - 8y_3 + y_4$

MIN

| $C_B$ | $X_B$ | $B_B$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_1$ | 2 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | $x_4$ | 3 | 0 | 0 | 1,5 | 1 | -0,5 | 0 |
| 0 | $x_6$ | 2 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 0,5 | 1 |
| -2 | $x_2$ | 3 | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 0,5 | 0 |
| | z = -4 | | 0 | 0 | -2 | 0 | -1 | 0 |
| | | | $y_5$ | $y_6$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |

| $C_B$ | $y_B$ | $B_B$ | $A'_1$ | $A'_2$ | $A'_3$ | $A'_4$ | $A'_5$ | $A'_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | $y_1$ | 2 | 1 | -1,5 | 0 | -0,5 | 1 | -0,5 |
| -8 | $y_3$ | 1 | 0 | 0,5 | 1 | -0,5 | 0 | -0,5 |
| | z = -4 | | 0 | 3 | 0 | 2 | 2 | 3 |
| | | | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_1$ | $x_2$ |

| U4 | Método Simplex |
|---|---|

**Ex 18** Obtener la tabla óptima del problema 4.1 si se incorpora una nueva variable con coef. 2, 1, 6 y $c_3 = 13$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 \le 3 \\ x_2 + x_3 \le 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 \le 36 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_6 = 36 \end{cases}$$

$z = 8x_1 + 3x_2 + 13x_3$ (MAX)

| | | $c_j$ | 8 | 3 | 13 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $b/a$ |
| 0 | $x_4$ | 3 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1,5 |
| 0 | $x_5$ | 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | $x_6$ | 36 | 6 | 4 | 6 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| $z =$ 0 | | | −8 | −3 | −13 | 0 | 0 | 0 | sale $x_4$ |

entra $x_3$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | $x_3$ | 1,5 | 0,5 | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 0 | — |
| 0 | $x_5$ | 4,5 | −0,5 | 1 | 0 | −0,5 | 1 | 0 | 4,5 |
| 0 | $x_6$ | 27 | 3 | 4 | 0 | −3 | 0 | 1 | 6,75 |
| $z =$ 19,5 | | | −1,5 | −3 | 0 | 6,5 | 0 | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | $x_3$ | 1,5 | 0,5 | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 0 | 3 |
| 3 | $x_2$ | 4,5 | −0,5 | 1 | 0 | −0,5 | 1 | 0 | — |
| 0 | $x_6$ | 9 | 5 | 0 | 0 | −1 | −4 | 1 | 9/5 |
| $z =$ 33 | | | −3 | 0 | 0 | 5 | 3 | 0 | sale $x_6$ |

entra $x_1$

verif c/ LINDO

$x_1 = 1,8$
$x_2 = 5,4$
$x_3 = 0,6$
$z = 38,4$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | $x_3$ | 0,6 | 0 | 0 | 1 | 0,6 | 0,4 | −0,1 |
| 3 | $x_2$ | 5,4 | 0 | 1 | 0 | −0,6 | 0,6 | 0,1 |
| 8 | $x_1$ | 1,8 | 1 | 0 | 0 | −0,2 | −0,8 | 0,2 |
| $z =$ 38,4 | | | 0 | 0 | 0 | 4,4 | 0,6 | 0,6 |

4.19 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 para el funcional

$-3x_1 + 2x_2$ (MAX)

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$z = -3x_1 + 2x_2$ $\qquad$ $z = -3x_1 + 2x_2 - M\mu$

| | | $c_j$ | -3 | 2 | 0 | 0 | -M | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $\mu$ | $x_5$ | b/a |
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| -M | $\mu$ | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 6 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| $z = -M$ | | | 3 | -M-2 | 0 | M | 0 | 0 | sale $\mu$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 25 | 6 | 0 | 1 | 5 | -5 | 0 | 5 |
| 2 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | — |
| 0 | $x_5$ | 4 | -2 | 0 | 0 | 2 | -2 | 1 | 2 |
| $z = 2$ | | | 3 | 0 | 0 | -2 | 2+M | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_4$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 15 | 11 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2,5 |
| 2 | $x_2$ | 3 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 |
| 0 | $x_4$ | 2 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0,5 |
| $z = 6$ | | | 1 | 0 | 0 | 0 | M | 1 |

$x_1 = 0$ porque $x_2 = 3$ y $\underbrace{z = -3x_1 + 2x_2}_{x_1 = 0}$

✓ verif c/LINDO

NOTA

U4 Simplex

**4.20** Idem 4.19 para el funcional $4x_1+3x_2$ (MÍN)

$$\begin{cases} 6x_1+5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 1 \\ -2x_1+2x_2 \leq 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x_1+5x_2+x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 1 \\ -2x_1+2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$z = 4x_1+3x_2$ (MIN) $\qquad z = 4x_1+3x_2+M\mu$

| | $c_j$ | | 4 | 3 | 0 | 0 | M | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $\mu$ | $A_5$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| M | $\mu$ | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 6 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| $z = M$ | | | -4 | M-3 | 0 | -M | 0 | 0 | sale $\mu$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 25 | | 0 | 1 | | | 0 | |
| 3 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | |
| 0 | $x_5$ | 4 | | 0 | 0 | | | 1 | |
| $z = 3$ | | | -4 | 0 | 0 | -3 | 3-M | 0 | |

tabla óptima

$\boxed{x_1=0,\ x_2=1 \quad z=3}$ ✓ (V, LINDO)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

4.21 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 para los seg. términos indep.: 30, 2, 6

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 2 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$z = 5x_1 + 8x_2$ (MAX) $\qquad z = 5x_1 + 8x_2 - M\mu$

?

| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ (5) | $A_2$ (8) | $A_3$ (0) | $A_4$ (0) | $\mu$ (−M) | $x_5$ (0) | $b_k/a_{kj}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| −M | $\mu$ | 2 | 0 | 1 | 0 | −1 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | $x_5$ | 6 | −2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| $z = -2M$ | | | −5 | −M−8 | 0 | M | 0 | 0 | sale $\mu$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 20 | 6 | 0 | 1 | 5 | −5 | 0 | 4 |
| 8 | $x_2$ | 2 | 0 | 1 | 0 | −1 | 1 | 0 | — |
| 0 | $x_5$ | 2 | −2 | 0 | 0 | 2 | −2 | 1 | 1 |
| $z = 16$ | | | −5 | 0 | 0 | −8 | 8+M | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_4$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 15 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | −2,5 | 15/7 |
| 8 | $x_2$ | 3 | −1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | — |
| 0 | $x_4$ | 1 | −1 | 0 | 0 | 1 | −1 | 0,5 | — |
| $z = 24$ | | | −13 | 0 | 0 | 0 | M | 4 | sale $x_3$ |

entra $x_1$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | $x_1$ | 15/7 | 1 | 0 | 1/7 | 0 | 0 | −5/14 | — |
| 8 | $x_2$ | 36/7 | 0 | 1 | 1/7 | 0 | 0 | 1/7 | 36 |
| 0 | $x_4$ | 22/7 | 0 | 0 | 1/7 | 1 | −1 | 1/7 | 22 |
| $z = 51,86$ | | | 0 | 0 | 13/7 | 0 | M | −9/14 | sale $x_4$ ? |

entra $x_5$ ¿

4.22 Idem 4.21 para 30, 5, 6

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 5 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 5 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$Z = 5x_1 + 8x_2$ (MAX) $\qquad Z = 5x_1 + 8x_2 - M\mu$

| $c_k$ | $x_k$ | $c_j$ / $b_k$ | 5 / $A_1$ | 8 / $A_2$ | 0 / $A_3$ | 0 / $A_4$ | -M / $\mu$ | 0 / $A_5$ | $b_k/a_{kj}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| -M | $\mu$ | 5 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 5 |
| 0 | $x_5$ | 6 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| $Z = -5M$ | | | -5 | -M-8 | 0 | M | 0 | 0 | sale $x_5$ |

entra $x_2$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_3$ | 15 | 11 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2,5 | 15/11 |
| -M | $\mu$ | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | -0,5 | 2 |
| 8 | $x_2$ | 3 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | — |
| $Z = -2M + 24$ | | | -M-13 | 0 | 0 | M | 0 | 0,5M+4 | sale $x_3$ |

entra $x_1$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | $x_1$ | 15/11 | 1 | 0 | 1/11 | 0 | 0 | -5/22 |
| -M | $\mu$ | 7/11 | 0 | 0 | -1/11 | -1 | 1 | -3/11 |
| 8 | $x_2$ | 48/11 | 0 | 1 | 1/11 | 0 | 0 | 3/11 |
| $Z = \frac{-7M + 459}{11}$ | | | 0 | 0 | $\frac{13}{11} + \frac{M}{11}$ | M | 0 | $\frac{23}{22} + \frac{3M}{11}$ |

$\leq 0$ $\qquad\qquad \geq 0$

Incompatible ✓ (LINDO)

4.23 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 si se incorpora la sig restricción adicional: $4x_1+2x_2 \leq 8$

$$\begin{cases} 6x_1+5x_2 \leq 30 \\ x_2 \geq 1 \\ -2x_1+2x_2 \leq 6 \\ 4x_1+2x_2 \leq 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x_1+5x_2+x_3 = 30 \\ x_2 - x_4 + \mu = 1 \\ -2x_1+2x_2 + x_5 = 6 \\ 4x_1+2x_2 + x_6 = 8 \end{cases}$$

$z = 5x_1+8x_2$ (MAX) $\qquad z = 5x_1+8x_2 - M\mu$

| | | $c_j$ | 5 | 8 | 0 | 0 | $-M$ | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | $x_k$ | $b_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $\mu$ | $A_5$ | $A_6$ | $b_i/a_{ij}$ |
| 0 | $x_3$ | 30 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| $-M$ | $\mu$ | 1 | 0 | 1 | 0 | $-1$ | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 6 | $-2$ | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 0 | $x_6$ | 8 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| $z$ | $-M$ | | $-5$ | $\boxed{-8}$ sale x2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | sale M entra $x_2$ |
| 0 | $x_3$ | 25 | 6 | 0 | 1 | 5 | $-5$ | 0 | 0 | 5 |
| 8 | $x_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | $-1$ | 1 | 0 | 0 | — |
| 0 | $x_5$ | 4 | $-2$ | 0 | 0 | 2 | $-2$ | 1 | 0 | 2 |
| 0 | $x_6$ | 6 | 4 | 0 | 0 | 2 | $-2$ | 0 | 1 | 3 |
| $z=8$ | | | $-5$ | 0 | 0 | $-8$ | $8+M$ | 0 | 0 | sale $x_5$ |
| | | | | | | entra $x_4$ | | | | |
| 0 | $x_3$ | 15 | 11 | 0 | 1 | 0 | 0 | $-2{,}5$ | 0 | 15/11 |
| 8 | $x_2$ | 3 | $-1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | — |
| 0 | $x_4$ | 2 | $-1$ | 0 | 0 | 1 | $-1$ | 0,5 | 0 | — |
| 0 | $x_6$ | 2 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-1$ | 1 | 1/3 |
| $z=24$ | | | $-13$ | 0 | 0 | 0 | M | 4 | 0 | sale $x_6$ |
| | | | entra $x_1$ | | | | | | | |
| 0 | $x_3$ | 34/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $-2/3$ | $-11/6$ | |
| 8 | $x_2$ | 10/3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/3 | 1/6 | |
| 0 | $x_4$ | 7/3 | 0 | 0 | 0 | 1 | $-1$ | 1/3 | 1/6 | |
| 5 | $x_1$ | 1/3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-1/6$ | 1/6 | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_5$ | 6 | -2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 0 | $X_6$ | 8 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| $Z$ - M | | | -5 | $\boxed{-8}$ sale $x_2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | sale M entra $X_2$ |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 25 | 6 | 0 | 1 | 5 | -5 | 0 | 0 | 5 |
| 8 | $X_2$ | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | — |
| 0 | $X_5$ | 4 | -2 | 0 | 0 | 2 | -2 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | $X_6$ | 6 | 4 | 0 | 0 | 2 | -2 | 0 | 1 | 3 |
| $Z = 8$ | | | -5 | 0 | 0 | -8 | 8+M | 0 | 0 | sale $X_5$ |

entra $X_4$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 15 | 11 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2,5 | 0 | 15/11 |
| 8 | $X_2$ | 3 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | — |
| 0 | $X_4$ | 2 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0,5 | 0 | — |
| 0 | $X_6$ | 2 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1/3 |
| $Z = 24$ | | | -13 | 0 | 0 | 0 | M | 4 | 0 | sale $X_6$ |

entra $X_1$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 34/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/3 | -11/6 |
| 8 | $X_2$ | 10/3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/3 | 1/6 |
| 0 | $X_4$ | 7/3 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 1/3 | 1/6 |
| 5 | $X_1$ | 1/3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/6 | 1/6 |
| $Z = 28,3\hat{3}$ | | | 0 | 0 | 0 | 0 | M | 11/6 | 13/6 |

$\geq 0$ tabla óptima

$Z = 28,3\hat{3}$ $\quad X_1 = 0,3\hat{3}$ $\quad X_2 = 3,3\hat{3}$ ✓ verif c/UNO

# ASIGNACIÓN

Matriz $\boxed{\text{cuadrada}}$

fila, columna

| Tarea \ Persona | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 6 |
| 2 | 12 | 10 | 8 |
| 3 | 1 | 3 | 5 |

Tareas
Bonoro

$$T1)\ I_{11} + I_{12} + I_{13} = 1$$
$$T2)\ I_{21} + I_{22} + I_{23} = 1$$
$$T3)\ I_{31} + I_{32} + I_{33} = 1$$

1 persona por tarea

$$P1)\ I_{11} + I_{21} + I_{31} = 1$$
$$P2)\ I_{12} + I_{22} + I_{32} = 1$$
$$P3)\ I_{13} + I_{23} + I_{33} = 1$$

1 tarea por persona

MIN $Z = 2I_{11} + 4I_{12} + 6I_{13} + \text{———} + 3I_{32} + 5I_{33}$

---

Matriz $\boxed{\text{rectangular}}$

Hay más personas que tareas

| T \ P | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 4 | 3 |
| 2 | 6 | 5 | 4 |

$$T1)\ I_{11} + I_{12} + I_{13} = 1$$
$$T2)\ I_{21} + I_{22} + I_{23} = 1$$

se tiene que hacer cada tarea (no puede ser 0)

$$P1)\ I_{11} + I_{21} \leq 1$$
$$P2)\ I_{12} + I_{22} \leq 1$$
$$P3)\ I_{13} + I_{23} \leq 1$$

puede llegar a ser que la persona (1, 2, o 3) no tenga tareas para hacer

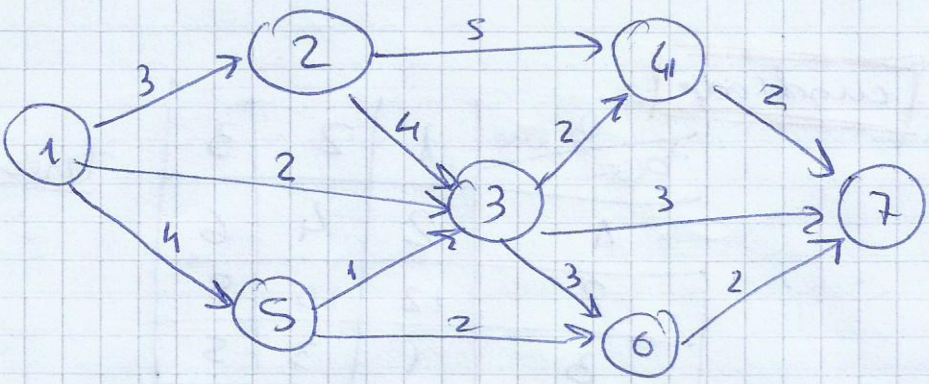
Incompatibilidad: $P_1$ y $P_2$ no pueden trabajar juntas $P_i$:

$$I_1 + I_2 \leq 1$$
$$-I_1 + I_{11} + I_{21} = 0$$
$$-I_2 + I_{12} + I_{22} = 0$$
$$\vdots$$

MIN $Z = 5I_{11} + 4I_{12} + \text{——} + 4I_{23}$

NOTA

# Ruta más corta



Binarias: o voy por un camino o voy por otro

MIN $Z = 3 I_{12} + 2 I_{13} + 4 I_{15} + \_\_\_\_\_\_ + 2 I_{47} + 2 I_{67}$

N1) $I_{12} + I_{13} + I_{15} = 1$ → nodo inicial → $= 1$ fuente

N2) $I_{12} - I_{24} - I_{23} = 0$ → $\Sigma = 0$

N3) $I_{23} + I_{13} + I_{53} - I_{34} - I_{37} - I_{36} = 0$ $\cancel{I_{43}}$

N4) $I_{24} + I_{34} - I_{47} = 0$

N5) $I_{15} - I_{53} - I_{56} = 0$

N6) $I_{36} + I_{56} - I_{67} = 0$

N7) $I_{47} + I_{37} + I_{67} = 1$ → .. sumidero $= 1$

END
INT

ejemplo con "seguridad" → igual pero MAX en lugar de MIN

Camino crítico → = que el ant pero con MAX

Viajante de comercio (pasar por todos los nodos y 1 sola vez)
ciclo

MIN: $\Sigma d_{ij} I_{ij} + \Sigma d_{ji} I_{ji}$

st. $\Sigma I_{ij} = 1, \; i \neq j$
$\Sigma I_{ji} = 1, \; i \neq j$

HOJA N°

FECHA 26-10-24

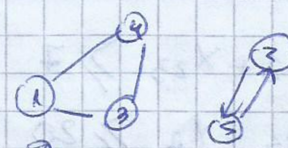
A

| De | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | | | | |
| 2 | | 0 | | | |
| 3 | | | 0 | | |
| 4 | | | | 0 | |
| 5 | | | | | 0 |

$$\text{MIN}: 20 I_{12} + 20 I_{21} + 4 I_{13} + 4 I_{31} \dots$$

$$\begin{cases} I_{12} + I_{13} + I_{14} + I_{15} = 1 \\ I_{21} + I_{23} + I_{24} + I_{25} = 1 \\ \vdots \\ 10 \text{ ecuaciones} \end{cases}$$

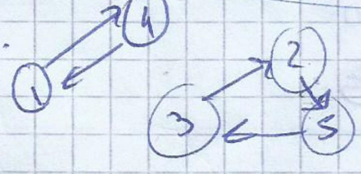
1° corrida → tenemos 2 recorridos



$I_{14} + I_{43} + I_{31} \leq 2$ → hay 3 aristas ⇒ 2

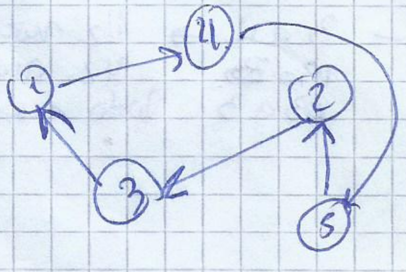
$I_{25} + I_{52} \leq 1$ → hay 2 aristas → 1

Volvemos a correr → da



$I_{14} + I_{41} \leq 1$ $\qquad I_{32} + I_{25} + I_{53} \leq 2$

ahora da recorrido único



NOTA

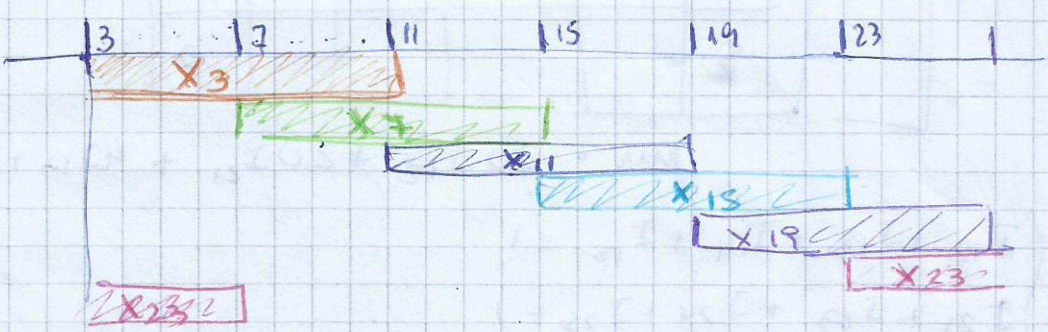
6.7

| Período | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| turno | 3-7 | 7-11 | 11-15 | 15-19 | 19-23 | 23-3 |
| Número mínimo | 7 | 20 | 14 | 20 | 10 | 5 |

Cada cajero trabaje 8 horas consecutivas. Los turnos inician al comienzo del turno (de cualquiera de los 6)

Determinar la cantidad de empleados que deberán disponerse en cada turno para satisfacer las necesidades con el mínimo personal

Armar Gantt




Var. ENTERAS

$X_i$ = Cant de personas que ingresan a la i-ésima hora
$i \in \{3, 7, 11, 15, 19, 23\}$

$X_3 + X_{23} \geq 7$

$X_3 + X_7 \geq 20$

$X_7 + X_{11} \geq 14$

$X_{11} + X_{15} \geq 20$

$X_{15} + X_{19} \geq 10$

$X_{19} + X_{23} \geq 5$

$Z = X_3 + X_7 + X_{11} + X_{15} + X_{19} + X_{23}$

$\boxed{\text{MIN}}$

---

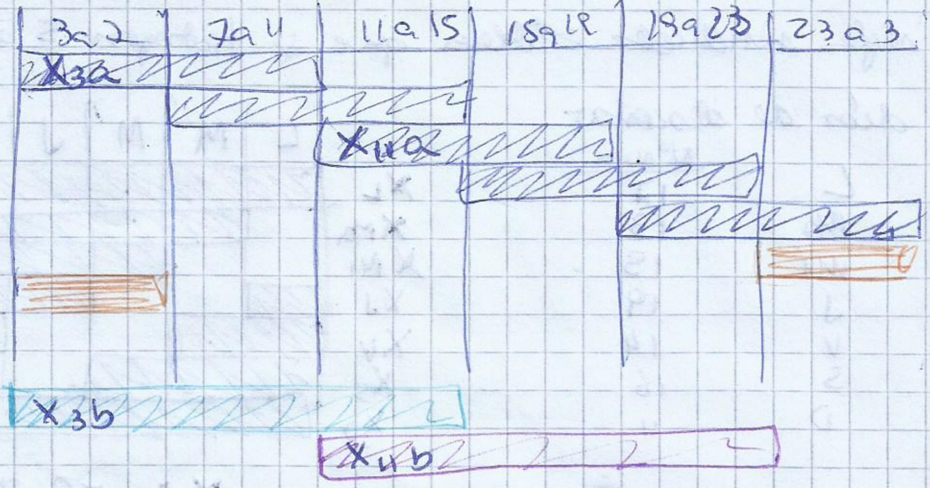
Variante: Horario Nocturno cobra 30% más

MAX.

Va en el funcional

por ej – 3 a 11 → 1/2 nocturno
19 a 3 → 1/2 nocturno
23 a 3 → todo nocturno

Otro ej como el anterior pero se agregan 2 grupos que trabajen 12 hs y que empiezan a las 3 y a las 11




diferenciar los q' empiezan a las 3 pero x 8 y 12 hs

$$X_{3a}+X_{23}+X_{3b} \geq 7$$

$$X_{3a}+X_{7} \geq 20$$

$$X_{7}+X_{11a}+X_{3b}+X_{11b} \geq 14$$

$$\vdots$$

Si hubiese incompatibilidad → $\underbrace{I_{3b}+I_{11b} \leq 1}$

hay que vincularlas con las variables enteras

límite de 20
$$\begin{cases} X_{3b}-20I_{3b} \leq 0 \\ X_{11b}-20I_{11b} \leq 0 \end{cases}$$

Si no ponen límite, ponemos M

---

Con diferencia de sueldos → $\underbrace{\text{en el funcional}}$ (minimizo el costo)

$X_i$ → cant personas

x lo que cobra x hora

x cant de horas (8, 12 .. lo que sea)

---

Otra variante
Restricción de género

mujeres AL MENOS 20%
(en los q' empiezan a las 7)

$$\begin{cases} -X_{7}+X_{7m}+X_{7h}=0 \\ X_{7m}-0,2X_{7} \geq 0 \end{cases}$$

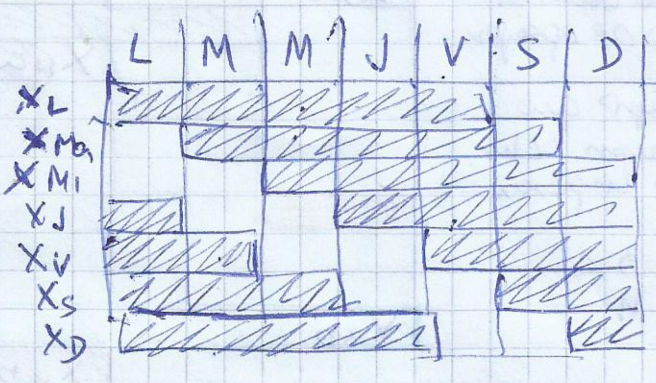
NOTA

Variable ENTERA

6.8 Una empresa necesita un número dif. de empleados c/día de la semana.

Los reglas sindicales establecen que se trabajen 5 días consecutivos y 2 días de descanso

| | Nº min. |
|---|---|
| L | 17 |
| Ma | 13 |
| Mi | 15 |
| J | 19 |
| V | 14 |
| S | 16 |
| D | 11 |




$X_i$ = Cant de personas que arrancan a trabajar los días $i$

$i \in \{L, Ma, Mi, J, V, S, D\}$

L) $X_L + X_J + X_V + X_S + X_D \geq 17$

Ma) $X_{Ma} + X_{Ma} + X_V + X_S + X_D \geq 13$

Mi) $X_L + X_{Ma} + X_{Mi} + X_S + X_D \geq 15$

J) $X_L + X_{Ma} + X_{Mi} + X_J + X_D \geq 19$

V) $X_L + X_{Ma} + X_{Mi} + X_J + X_V \geq 14$

S) $X_{Ma} + X_{Mi} + X_J + X_V + X_S \geq 16$

D) $X_{Mi} + X_J + X_V + X_S + X_D \geq 11$

(MIN) $Z = X_L + X_{Ma} + X_{Mi} + X_J + X_V + X_S + X_D$

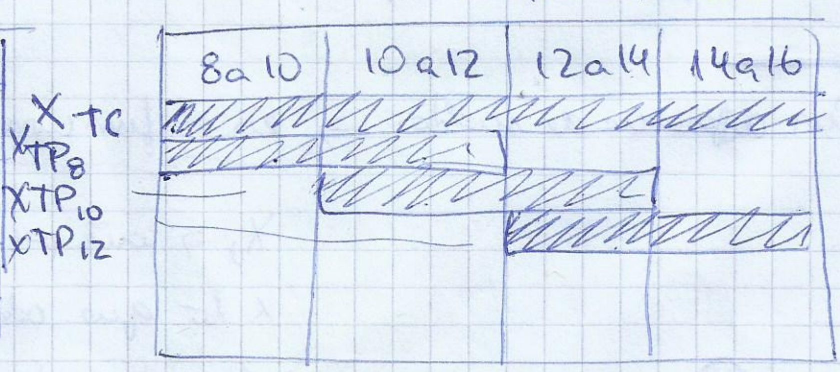
6.9 Cajeros: 1) Tiempo completo de 8h consecutivas a $20 la HORA comenzando a las 8

2) Tiempo parcial - de 4 horas consec. a $12 la hora comenzando 8, 10, 12

Regulación sindical: a toda hora, al menos el 55% de los trabajadores son de tiempo completo

Planteo p/ determinar el min de empleados de TC y de TP requeridos para minimizar el costo diario total → var. ENTERA

| turno | Nº min cajeros |
|---|---|
| 8 a 10 | 8 |
| 10 a 12 | 10 |
| 12 a 14 | 13 |
| 14 a 16 | 12 |




XTC = cant de personas que trabajan Tiempo completo

$X_{TP_i}$ = " " " que " Tiempo parcial q ingresan en la hora $i$ $i \in \{8, 10, 12\}$

$X_i$: cant personas que arrancan en la i-ésima hora $i \in \{8, 10, 12\}$

NOTA

HOJA N°

FECHA 26-10-24

8 a 10) $X_{TC} + X_{TP8} \geq 8$

4

10 a 12) $X_{TC} + X_{TP8} + X_{TP10} \geq 10$

12 a 14) $X_{TC} + X_{TP10} + X_{TP12} \geq 15$

14 a 16) $X_{TC} + X_{TP12} \geq 12$

$-X_1 + X_{TC} + X_{TP8} = 0$

$-X_2 + X_{TC} + X_{TP8} + X_{TP10} = 0$

$-X_3 + X_{TC} + X_{TP10} + X_{TP12} = 0$

$-X_4 + X_{TC} + X_{TP12} = 0$

$X_{TC} - 0{,}65 X_1 \geq 0$

$X_{TC} - 0{,}65 X_2 \geq 0$

$X_{TC} - 0{,}65 X_3 \geq 0$

$X_{TC} - 0{,}65 X_3 \geq 0$

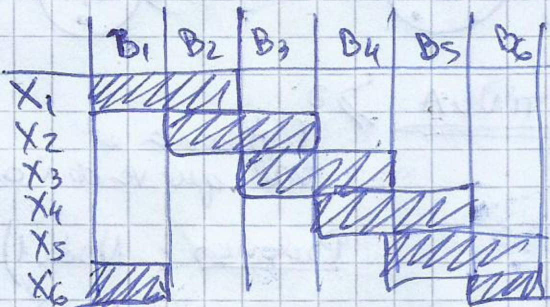
$Z = 20 \times 8 \times X_{TC} + 12 \times 4 \, (X_{TP8} + X_{TP10} + X_{TP12})$

Preguntar

6.10 Trabajo x cuatrimestre (empiezan en enero, marzo (meses impares)

PL que permite determinar $\boxed{\text{cant óptima}}$ de promotores — Var. entera

| Bimestre | Cant |
|---|---|
| 1 | 20 |
| 2 | 30 |
| 3 | 25 |
| 4 | 15 |
| 5 | 10 |
| 6 | 40 |




$X_{B1} \geq 20$
$X_{B2} \geq 30$
$X_{B3} \geq 25$
$X_{B4} \geq 15$
$X_{B5} \geq 10$
$X_{B6} \geq 40$

(no lo hizo en clase, solo lo mencionó)

$X_i$ : cant pers. empezar en bimestre $i$
$i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$X_{Bi}$ : cant pers trabajando en el i° Bimestre

$X_{Ci}$ : " " " en el i° cuatrimestre
$i \in \{1, 2, 3, 4\}$

$-X_{B1} + X_1 + X_6 = 0$
$-X_{B2} + X_1 + X_2 = 0$
$-X_{B3} + X_2 + X_3 = 0$
$-X_{B4} + X_3 + X_4 = 0$
$-X_{B5} + X_4 + X_5 = 0$
$-X_{B6} + X_5 + X_6 = 0$

o

$Z = \sum_{i=1}^{6} X_{Bi}$

~~No hacer~~

?

$Z = X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4}$ min

NOTA

6.11 muy parecido al hecho en clase

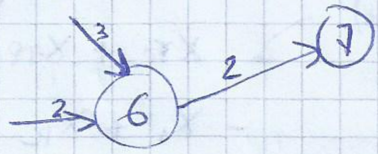
6.12 algo parecido al 6.11

6.13 → las variables representan días

## Ruta más corta con un agregado

además de lo que ya vimos...

Supongamos que el valor del camino:




en 6 se cobra un peaje:

si pido costo mínimo → cargamos el costo del peaje del lado que hay menos flechas

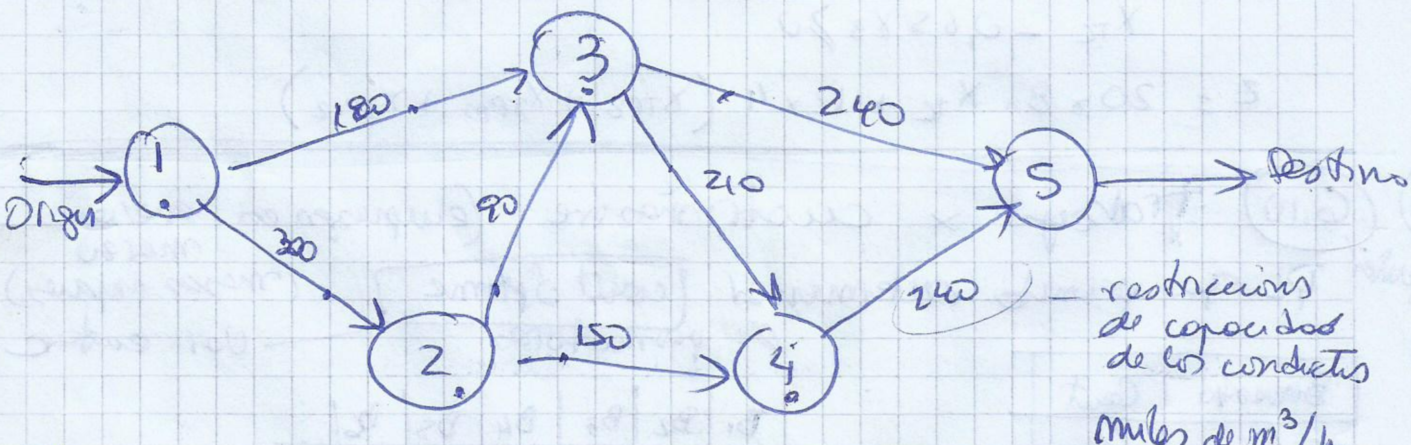
$I_{67}$

→ en el funcional

$Z = \ldots + \cancel{I_6(2+\text{peaje})}$ $I_{67}(2+\text{peaje})$

Preguntar ?

## Flujo: transporte de gas natural.




— restricciones de capacidad de los conductos

miles de $m^3/h$

Hallar flujo máximo

$X_{ij}$: CONTINUA $\geq 0$ representa el vol. que va de i a j

$X_{12} \leq 300$
$X_{13} \leq 180$
$X_{23} \leq 90$
$X_{24} \leq 150$
$X_{34} \leq 210$
$X_{35} \leq 240$
$X_{45} \leq 240$

Balances: Nodo 1) $X - X_{13} - X_{12} = 0$

N 2) $X_{12} - X_{23} - X_{24} = 0$

N3) $X_{13} + X_{23} - X_{34} - X_{35} = 0$

N4) $X_{24} + X_{34} - X_{45} = 0$

N5) $X_{35} + X_{45} - X = 0$

$Z = X$ (MAX)

Agregando una incompatibilidad 2-3 y 3-4 una

$\boxed{I_{23} + I_{34} \leq 1}$

$X_{23} - 90 I_{23} \leq 0$

$X_{34} - 210 I_{34} \leq 0$

No olvidar

Otra en N3 hay válvula $X_{35} - 240 I_{35} \leq 0$

preguntar

HOJA N°

FECHA

Trasbordo

(25) Una empresa tiene 5 centros de distribución y 4 almacenes

Se quiere suprimir el centro $O_2$ y repartir lo pendiente almacenado en él en los 4 centros restantes

Minimizar costo de transporte

Costos de transferencias: $O_2 O_1 = 7$
$O_2 O_3 = 5$
$O_2 O_4 = 3$
$O_2 O_5 = 6$

| | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | Existencias |
|---|---|---|---|---|---|
| $O_1$ | 3 | 8 | 9 | 6 | 30 |
| $O_2$ | 9 | 5 | 8 | 5 | 40 |
| $O_3$ | 8 | 4 | 6 | 3 | 20 |
| $O_4$ | 10 | 6 | 8 | 4 | 50 |
| $O_5$ | 8 | 5 | 7 | 5 | 60 |
| Demanda | 50 | 40 | 80 | 30 | . |

Hay nodos solo emisores
" " solo receptores
" " emisores y receptores

Tenemos 5 orígenes y 4 destinos

nodo
$N1)$ $O_1D_1 + O_1D_2 + O_1D_3 + O_1D_4 - O_2O_1 \leq 30$ sería como tener $30 + O_2O_1$

Solo emite $N2)$ $O_2O_1 + O_2O_3 + O_2O_4 + O_2O_5 = 40$ (el $O_2$ queda vacío)

$N3)$ $O_3D_1 + O_3D_2 + O_3D_3 + O_3D_4 - O_2O_3 \leq 20$

$N4)$ $O_4D_1 + O_4D_2 + O_4D_3 + O_4D_4 - O_2O_4 \leq 50$

$N5)$ $O_5D_1 + O_5D_2 + O_5D_3 + O_5D_4 - O_2O_5 \leq 60$

(?) $Z =$

$A_6 \rightarrow MP$
$X_5 \rightarrow MO$

MP 880 $\rightarrow$ sobra MO 525

| | $A_6$ |
|---|---|
| $X_5$ | $-0,5$ |

$\rightarrow$ MP 849 $\rightarrow$ sobra 525,5

δ si se hace 1 unidad de B $\rightarrow$ signo contrario

Si se hace 1 unidad de B $\rightarrow$ 13 $\rightarrow$ gasto 13

~~1 unidad de B menos~~

~~Si se~~ variable slack

| | $A6$ |
|---|---|
| $X_5$ | $-1$ |

si tengo 1 hora menos de $A_6$ $\rightarrow$ tengo 1 hs de $X_5$

9 45

NOTA

## Corte rollos

Bobinas de 60cm

30 rollos de 28

60 rollos de 20

48 rollos de 15

Minimizar desperdicios

| | $\overbrace{N_1}^{4}$ | $N_2$ | $\overbrace{N_3}^{3}$ | $N_4$ | $N_5$ | $\overbrace{N_6}^{2}$ | $\overbrace{N_7}^{3}$ | Rdos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28 | | ~~3~~ | 1 | . | 2 | 1 | | $\geq 30$ |
| 20 | | 3 | | 2 | | 1 | 1 | $\geq 60$ |
| 15 | 4 | | 2 | 1 | | | 2 | $\geq 48$ |
| desperd. | 0 | 0 | 2 | 5 | 4 | 12 | 10 | |

4 cortes . 4 b de 15cm

3 cortes → 2 de 15 + 1 de 20
→ 3 de 20
→ 1 de 28 + 2 de 15
→ 2 de 20 + 1 de 15

2 cortes → 2 de 28

Variante = minimizar cortes a realizar

$$\min Z = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7$$

---

Criterios = optimista
pesimista
Hurwicz
Savage (matriz de los lamentos)
Laplace (se consideran equiprobable)

trepo

Aguir 9:21 símonvie

cinquez 9:29

9:39